

T.C.
GIDA, TARIM VE HAYVANCILIK BAKANLIğI
Personel Genel M¼d¼rl¼đ¼

2013 Unvan Değişikliği **Sınavı**



Matematikçi **Ders Notu**

Uyarı: Bu dok¼man çeşitli kaynaklardan faydalanılarak oluşturulmuş bir derlemedir. Hiçbir suretle özğ¼n bir kitap özelliği taşımamaktadır. Sadece ilgili konularda bilgi edinme amaçlı olarak kullanılması için bu dok¼man oluşturulmuştur. Kesinlikle başka çalışmalarda dipnot olarak gösterilemez.



GÖREV ALANLARI VE ATAMA YAPILACAK GÖREVİN NİTELİĞİNE İLİŞKİN KONULAR

1. BÖLÜM

- BAKANLIK MERKEZ TEŞKİLATI VE GÖREVLERİ
- BAKANLIK TAŞRA TEŞKİLATININ GÖREVLERİ, ÇALIŞMA USUL VE ESASLARI
- MERKEZ VE TAŞRA TEŞKİLATI İMZA YETKİLERİ VE YETKİ DEVRİ

GIDA, TARIM VE HAYVANCILIK BAKANLIĞININ MERKEZ TEŞKİLAT VE GÖREVLERİ

Görevler

Gıda, Tarım ve Hayvancılık Bakanlığının görevi; bitkisel ve hayvansal üretim ile su ürünleri üretiminin geliştirilmesi, tarım sektörünün geliştirilmesine ve tarım politikalarının oluşturulmasına yönelik araştırmalar yapılması, gıda üretimi, güvenliği ve güvenilirliği, kırsal kalkınma, toprak, su kaynakları ve biyoçeşitliliğin korunması, verimli kullanılmasının sağlanması, çiftçinin örgütlenmesi ve bilinçlendirilmesi, tarımsal desteklemelerin etkin bir şekilde yönetilmesi, tarımsal piyasaların düzenlenmesi gibi ana faaliyet konularının gerçekleştirilmesine yönelik çalışmalar yapmak; gıda, tarım ve hayvancılığa yönelik genel politikaları belirlemek, uygulanmasını izlemek ve denetlemektir.

Bakanlık Teşkilatı

Teşkilat

Bakanlık, merkez, taşra ve yurt dışı teşkilatından oluşur.

Bakanlığın en üst amiri olan Bakan, Bakanlık icraatından ve emri altındakilerin faaliyet ve işlemlerinden Başbakana karşı sorumlu olup aşağıdaki görev, yetki ve sorumluluklara sahiptir:

a) Bakanlığın, Anayasaya, kanunlara, hükümet programına ve Bakanlar Kurulunca belirlenen politika ve stratejilere uygun olarak yönetmek.

b) Bakanlığın görev alanına giren hususlarda politika ve stratejiler geliştirmek, bunlara uygun olarak yıllık amaç ve hedefler oluşturmak, performans ölçütleri belirlemek, Bakanlık bütçesini hazırlamak, gerekli kanunî ve idarî düzenleme çalışmalarını yapmak, belirlenen stratejiler, amaçlar ve performans ölçütleri doğrultusunda uygulamayı koordine etmek, izlemek ve değerlendirmek.

c) Bakanlık faaliyetlerini ve işlemlerini denetlemek, yönetim sistemlerini gözden geçirmek, teşkilat yapısı ve yönetim süreçlerinin etkililiğini gözetmek ve yönetimin geliştirilmesini sağlamak.

ç) Faaliyet alanına giren konularda diğer bakanlıklar ile kamu kurum ve kuruluşları arasında işbirliği ve koordinasyonu sağlamak

Müsteşar, Bakandan sonra gelen en üst düzey kamu görevlisi olup Bakanlık hizmetlerini, Bakan adına ve onun emir ve yönlendirmesi doğrultusunda, mevzuat hükümlerine, Bakanlığın amaç ve politikalarına, stratejik planına uygun olarak düzenler ve yürütür. Bu amaçla, Bakanlık kuruluşlarına gereken emirleri verir, bunların uygulanmasını gözetir ve sağlar. Müsteşar, bu hizmetlerin yürütülmesinden Bakana karşı sorumludur.

Müsteşara yardımcı olmak üzere üç Müsteşar Yardımcısı görevlendirilebilir.

Hizmet Birimleri

Bakanlığın hizmet birimleri şunlardır:

- a) Gıda ve Kontrol Genel Müdürlüğü.
- b) Bitkisel Üretim Genel Müdürlüğü.
- c) Hayvancılık Genel Müdürlüğü.
- ç) Balıkçılık ve Su Ürünleri Genel Müdürlüğü.
- d) Tarım Reformu Genel Müdürlüğü.
- e) Tarımsal Araştırmalar ve Politikalar Genel Müdürlüğü.
- f) Avrupa Birliği ve Dış İlişkiler Genel Müdürlüğü.
- g) Rehberlik ve Teftiş Başkanlığı.
- ğ) Strateji Geliştirme Başkanlığı.
- h) Hukuk Müşavirliği.
- ı) Personel Genel Müdürlüğü.
- i) Destek Hizmetleri Dairesi Başkanlığı.
- j) Eğitim, Yayın ve Yayınlar Dairesi Başkanlığı.
- k) Bilgi İşlem Dairesi Başkanlığı.

l) Basın ve Halkla İlişkiler Müşavirliği.

m) Özel Kalem Müdürlüğü.

Gıda ve Kontrol Genel Müdürlüğü

Gıda ve Kontrol Genel Müdürlüğü'nün görevleri şunlardır:

a) Güvenilir gıda ve yem arzını sağlamak, bu amaçla politikalar oluşturmak ve denetlemek.

b) Gıda, gıda katkı maddeleri ve gıda ile temasta bulunan madde ve malzemelerin üretim, işleme ve pazarlama ile ilgili süreçlerin her aşamasındaki izlenebilirliğine yönelik esasları belirlemek.

c) Gıda, gıda katkı maddeleri ve gıda ile temasta bulunan madde ve malzemeleri üreten işyerlerinin niteliklerini ve bunlara ilişkin izin ve kayıt esaslarını belirlemek, bunların izin ve kayıt işlemlerini yapmak, bu işyerlerini gıda siciline kaydetmek, üretim ve satış yerlerinin kontrol ve denetimlerini yapmak veya yaptırmak.

ç) Gıda, gıda katkı maddeleri ve yemler ile gıdayla temasta bulunan madde ve malzemelerin giriş ve çıkış gümrük kapılarını, ilgili kurumların görüşlerini alarak tespit ve ilan etmek; veteriner sınır kontrol noktalarını ve bunların çalışma esaslarını belirlemek.

d) Yem ve yem katkı maddelerinin tescili, satışı ve denetimi ile ilgili esasları belirlemek ve denetlemek.

e) Yem ve yem katkı maddelerinin üretimini ve satışını yapan işletmelerin onay verme esaslarını belirlemek ve onay verme işlemlerini yapmak.

f) Hayvan kimlik sistemini kurmak ve hayvan hareketlerini kontrol etmek.

g) Canlı hayvan, bitki, hayvansal ve bitkisel ürünler ile gıda ve yemin dış ticareti ile ilgili sağlık şartlarını belirlemek, sınır kontrol noktalarını ve bunların çalışma esaslarını belirlemek ve yürütmek.

ğ) Bitki, hayvan, gıda ve yem güvenliğini gözeterek tüketiciyi ve halk sağlığını korumak amacıyla tedbirler almak.

h) Hayvan refahını sağlamaya yönelik çalışmalar yapmak.

ı) Hayvan ve bitki sağlığı ile gıda ve yem konusunda faaliyet gösteren laboratuvarların belgelendirilmesine yönelik esasları belirlemek ve bunları denetlemek.

i) Hayvansal ürünlerin işlenmesi ve pazarlanmasına ilişkin kontrol ve takip işlemlerini yapmak ve buna ilişkin esasları belirlemek.

j) Hayvan hastalıkları ile mücadele ve hayvan sağlığı hizmetlerini yürütmek ve buna ilişkin esasları belirlemek.

k) Hayvan sağlığında kullanılan tedavi edici ve koruyucu maddeler ile bunların etken ve yardımcı maddelerinin imal, satış, taşıma ve muhafaza şartlarını tespit ve ilan etmek.

l) Hayvan sağlığı, teşhis ve tedavi hizmetleri ile ilgili faaliyet gösteren kurum ve kuruluşlar ile hayvan satış, kesim ve eğitim yerleri ve barınaklara ilişkin esasları belirlemek.

m) Bitki sağlığını korumak, bitki hastalıkları ve zararlıları ile mücadele etmek ve buna ilişkin esasları belirlemek.

n) Bitki pasaport sistemini kurmak, bitki ve bitkisel ürün hareketlerini kontrol etmek, bitkisel korumada kullanılan ürünlerin norm ve özellikleri ile onay verilmesine ilişkin esasları belirlemek, onay verme ve kontrol işlemlerini yapmak.

o) Bitki ve hayvan sağlığı ile gıda ve yem güvenliğini sağlamak amacıyla risk yönetimi esaslarını belirlemek, risk değerlendirmesi yapmak ve risk iletişimini sağlamak.

ö) Hayvan ve bitki sağlığının korunması ile gıda ve yem kontrolünde görevlendirilecek personelin niteliklerini, çalışma usul ve esaslarını belirlemek.

p) Bu maddede belirtilen görevler ile ilgili yayım faaliyetlerinin koordinasyonunda yardımcı olmak.

r) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Bitkisel Üretim Genel Müdürlüğü

Bitkisel Üretim Genel Müdürlüğü'nün görevleri şunlardır:

a) Bitkisel ürünlerde üretimi, verimliliği ve çeşitliliği artırmak.

b) Bitkisel üretimde kullanılan girdilerin ve üretim teknolojilerinin kullanımının uygunluğunu ve standartlarını belirlemek ve denetlemek.

c) Bitkisel üretimi, tarım ve sanayi sektörü ile entegrasyonunu sağlayacak şekilde yönlendirmek.

ç) İnsan sağlığını ve ekolojik dengeyi gözeterek yeni üretim şekilleri belirlemek, bunları desteklemek, yaygınlaştırmak ve görev alanına giren faaliyetler sonucu ortaya çıkabilecek kirliliğin önlenmesine yönelik ilgili kurumlarla koordinasyonu sağlamak.

d) Çayır, mera, yaylaklar ve kışlakların ıslah ve muhafazasını sağlamak, korumak ve gerekli tedbirleri almak.

e) Bitkisel üretim ile ilgili bilgi sistemlerini kurmak ve kullanılmasını sağlamak.

f) Tarım havzalarının faaliyet ve işleyişi ile ilgili hizmetleri yürütmek.

g) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Hayvancılık Genel Müdürlüğü

Hayvancılık Genel Müdürlüğünün görevleri şunlardır:

a) Hayvancılığı geliştirmek, teşvik etmek ve teşvik esaslarını belirlemek.

b) Hayvansal üretim girdileri ile hayvancılık işletmelerinin niteliklerini ve bunlara ilişkin izin ve onay esaslarını belirlemek, izin ve her türlü onay işlemlerini yürütmek.

c) Yüksek vasıflı hayvan ırklarını yaygınlaştırmak.

ç) Hayvansal üretimin insan sağlığı ve ekolojik dengeyi koruyucu yöntemlerle yapılmasına ilişkin çalışmalar yapmak ve bunları denetlemek.

d) Hayvansal üretimin artırılmasına yönelik faaliyetlerde bulunmak.

e) Hayvansal üretim ve geliştirme projeleri ile ilgili çalışmalar yapmak.

f) Hayvan ıslah programları uygulamak ve uygulatmak.

g) Damızlık hayvan ithalat ve ihracatında teknik kriterleri belirlemek ve yürütmek.

ğ) Hayvancılıkla ilgili bilgi sistemi oluşturmak.

h) Hayvansal ürünlerin pazarlanması ile ilgili çalışmalar yapmak.

ı) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Balıkçılık ve Su Ürünleri Genel Müdürlüğü

Balıkçılık ve Su Ürünleri Genel Müdürlüğünün görevleri şunlardır:

a) Denizlerde ve iç sularda sürdürülebilir balıkçılık ve su ürünleri yetiştiriciliği ile avcılığının esaslarını belirlemek ve bunları teşvik etmek.

b) Balıkçı barınakları ve balıkçılık altyapı tesisleri kurulması, işletilmesi ve denetlenmesine ilişkin usûl ve esasları belirlemek ve denetimini yapmak.

c) Balıkçılık ve su ürünleri kaynaklarını korumak, koruma, üretim ve yetiştiricilik alanlarını belirlemek ve bu alanları zararlardan koruyacak tedbirleri almak.

ç) İthal ve ihraç edilecek balıkçılık ve su ürünleri ile girdilerine ilişkin esasları belirlemek.

d) Balıkçılık ve su ürünleri üretim kaynaklarının geliştirilmesi ve verimliliğin artırılması ile ilgili faaliyetlerde bulunmak, kontrol ve denetimleri yapmak ve yaptırmak.

e) Balıkçılık ve su ürünleri üretiminin ve verimliliğin artırılması için gerekli girdilerin tedarikine ilişkin tedbirleri almak.

f) Balıkçılık ve su ürünleri yetiştiriciliğine uygun istihsal sahalarına ilişkin esasları belirlemek, istihsal vasıtalarının asgari vasıf ve şartlarını, kiralama ve kullanıma esaslarını belirlemek.

g) Balıkçılık ve su ürünleri üretim, geliştirme ve araştırma projeleri ile ilgili çalışmalar yapmak.

ğ) Balıkçılık ve su ürünleri avcılığı ve yetiştiriciliği ile ilgili bilgi sistemi oluşturmak.

h) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Tarım Reformu Genel Müdürlüğü

Tarım Reformu Genel Müdürlüğünün görevleri şunlardır:

a) Rekabetçi bir tarım sektörünün oluşturulması, fiziki potansiyelin, çevre ve arazinin geliştirilmesi, kırsal alanlardaki yaşam kalitesinin ve ekonomik çeşitliliğin iyileştirilmesi, yerel kırsal kalkınma kapasitesinin oluşturulması için programlar hazırlamak, uygulamak ve izlemek.

b) Tarımsal ve kırsal kalkınma desteklerinin uygulanmasına ilişkin gerekli işlemleri yapmak, kontrol etmek ve ödemeler arasındaki uyumu sağlamak.

c) Üreticilerin bilgi düzeyini yükseltmek; kooperatif, birlik ve diğer üretici örgütlerinin kurulmasına izin vermek; kooperatif, birlik, oda, üretici örgütleri ve bunların iştiraklerini denetlemek, desteklemek; bunların eylem ve işlemlerinin hukuka uygun olarak sonuçlandırılması için gerekli tedbirleri almak.

ç) Toprak ve sulama suyu analiz laboratuvarlarının kuruluş esaslarını belirlemek; arazi, toprak, su kaynakları ile ilgili analizleri ve toprak, arazi ve su sınıflandırması yapmak.

d) Arazi edindirme işlemlerini yapmak, tarımsal arazilerin parçalanmasını önlemek, arazi düzenlemesi ve toplulaştırması yapmak ve yaptırmak.

e) Tarımsal mekanizasyon konusunda politika ve stratejileri tespit etmek, plan ve projeler hazırlamak ve uygulamaya aktarılmasını sağlamak, tarımsal mekanizasyon düzeyinin yükseltilmesi için gerekli çalışmaları yapmak.

f) Çiftlik muhasebe veri ağını kurmak ve işletmek.

g) Tarımsal verileri toplamak ve istatistikleri oluşturmak.

h) Entegre idare ve kontrol sistemi dâhil olmak üzere, görev alanına giren konularda bilgi sistemleri kurmak, işletmek ve güncel tutmak.

ı) Tarımsal sulamada verimliliği arttırmak, uygun sulama tekniklerinin kullanılmasını sağlamak, uygun sulama tesislerini yaptırmak, toprak kaynaklarını korumak ve tarla içi geliştirme hizmetlerini yürütmek.

i) Küresel iklim değişiklikleri, tarımsal çevre, kuraklık, çölleşme, diğer tarımsal afetler ve tarım sigortası ile ilgili hizmetleri yürütmek, tabii afetlerden zarar gören çiftçilere özel mevzuatında yer alan esaslar çerçevesinde yardım yapmak.

j) El sanatlarını geliştirmek.

k) Tarımsal ürünlerin pazarlanması ile ilgili çalışmalar yapmak.

l) Avrupa Birliği kaynakları ve diğer uluslararası kaynaklarla yürütülen kırsal kalkınma programlarına ilişkin koordinasyonu sağlamak.

m) 5403 sayılı Toprak Koruma ve Arazi Kullanımı Kanunu ile verilen görevleri yapmak.

n) 5648 sayılı Tarım ve Kırsal Kalkınmayı Destekleme Kurumu Kuruluş ve Görevleri Hakkında Kanun uyarınca kurulan İzleme Komitesinin sekretarya işlemlerini yürütmek.

o) Tarım sektörüne ve kırsal kesimlere verilecek desteklere ilişkin çalışmalar yapmak, teklifte bulunmak ve 5488 sayılı Tarım Kanunu uyarınca kurulan Tarımsal Destekleme ve Yönlendirme Kurulunun sekretarya hizmetlerini yürütmek.

ö) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Tarımsal Araştırmalar ve Politikalar Genel Müdürlüğü

Tarımsal Araştırmalar ve Politikalar Genel Müdürlüğünün görevleri şunlardır:

a) Ulusal kalkınma planları doğrultusunda tarımsal araştırma ve geliştirme stratejilerini ve önceliklerini belirlemek, projeler hazırlamak, hazırlatmak, uygulamak ve uygulatmak.

b) Çeşit ve ırk geliştirmek, tescil ettirmek ve bunların nüve materyallerini üretmek.

c) Yerli gen kaynaklarını korumak ve geliştirmek, gen kaynaklarına erişim ve bunların yararının paylaşımını sağlamak; yetkilendirme, izleme ve denetleme çalışmalarını yapmak.

ç) Tarımsal ürün piyasalarındaki ulusal ve uluslararası gelişmeleri izlemek, Bakanlığın görev alanına giren konularda araştırmalar yapmak ve yaptırmak.

d) Toprak ve su kaynaklarının geliştirilmesi ve rasyonel kullanımı amacıyla araştırmalar yapmak.

e) Bakanlığa bağlı araştırma kuruluşlarının araştırma hedeflerini belirlemek ve bu kuruluşları denetlemek.

f) Hayvan ve bitki hastalıklarında kullanılan aşı, serum, biyolojik ve kimyasal maddeler ile koruma ilaçları hakkında ve bunların bileşimine giren etkili ve yardımcı maddeler konusunda araştırmalar yapmak.

g) Denizlerde ve iç sularda su ürünlerine ilişkin bilimsel araştırmalar yapmak ve yapılmasını desteklemek.

ğ) Gıda, yem ve mekanizasyon konusunda araştırmalar yapmak.

h) Ulusal ve uluslararası alanda araştırma-geliştirme faaliyetleri yürütmek ve bu kapsamdaki projeleri desteklemek.

ı) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Avrupa Birliği ve Dış İlişkiler Genel Müdürlüğü

Avrupa Birliği ve Dış İlişkiler Genel Müdürlüğü'nün görevleri şunlardır:

a) Bakanlığın Avrupa Birliği ile ilişkilerini yürütmek ve Avrupa Birliğine uyum çalışmalarında koordinasyonu sağlamak.

b) Bakanlığın yabancı ülkeler ve uluslararası kuruluşlar ile ilişkilerini yürütmek ve bu konuda koordinasyonu sağlamak.

c) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Rehberlik ve Teftiş Başkanlığı

Rehberlik ve Teftiş Başkanlığı Bakanın emri veya onayı üzerine Bakan adına aşağıdaki görevleri yapar:

a) Bakanlık teşkilatının her türlü faaliyet ve işlemlerinin teftiş, inceleme ve soruşturma işlerini yürütmek.

b) Bakanlığın amaçlarını daha iyi gerçekleştirmek, mevzuata, plan ve programa uygun çalışmasını temin etmek üzere gerekli teklifleri hazırlamak ve Bakana sunmak.

c) Özel kanunlarla ve Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Rehberlik ve Teftiş Başkanlığının çalışma usul ve esasları ile müfettiş yardımcılığına alınma, bunların yetiştirilmeleri ve diğer hususlar yönetmelikle düzenlenir.

Strateji Geliştirme Başkanlığı

Strateji Geliştirme Başkanlığının görevleri şunlardır:

a) 5018 sayılı Kamu Mali Yönetimi ve Kontrol Kanunu, 22/12/2005 tarihli ve 5436 sayılı Kanunun 15 inci maddesi ve diğer mevzuatla strateji geliştirme ve mali hizmetler birimlerine verilen görevleri yapmak.

b) Bakan tarafından verilen diğer görevleri yapmak.

Hukuk Müşavirliği

Hukuk Müşavirliğinin görevleri şunlardır:

a) Bakanlığın taraf olduğu adli ve idari davalarda, tahkim yargılamasında ve icra işlemlerinde Bakanlığı temsil etmek, dava ve icra işlemlerini takip etmek, anlaşmazlıkları önleyici hukuki tedbirleri zamanında almak.

b) Bakanlık hizmetleriyle ilgili olarak diğer kamu kurum ve kuruluşları tarafından hazırlanan mevzuat taslaklarını, Bakanlık birimleri tarafından düzenlenecek her türlü sözleşme ve şartname taslaklarını, Bakanlık ile üçüncü kişiler arasında çıkan her türlü uyuşmazlığa ilişkin işleri ve Bakanlık birimlerince sorulacak diğer işleri inceleyip hukuki mütalaasını bildirmek.

c) Bakanlıkça hizmet satın alma yoluyla temsil ettirilecek dava ve icra takiplerini izlemek, koordine etmek ve denetlemek.

ç) Bakanlığın amaçlarını daha iyi gerçekleştirmek, mevzuata, plan ve programa uygun çalışmalarını temin etmek amacıyla gerekli hukuki teklifleri hazırlayıp Bakana sunmak.

d) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Yukarıda belirtilen her türlü dava ve takip işleri ile diğer görevler, Bakanlığın Hukuk Müşavirleri ile Avukatları aracılığıyla yerine getirilir. Gerekli hâllerde dava ve takip işleri Hazine Avukatları aracılığıyla veya ihtiyaç duyulması hâlinde Bakanlıkça belirlenecek usul ve esaslar çerçevesinde 4734 sayılı Kamu İhale Kanununun 22 nci maddesinde öngörülen doğrudan

temin usûlü ile avukatlar veya avukatlık ortaklıkları ile yapılacak avukatlık sözleşmeleri yoluyla yürütülür.

Davalarda temsil yetkisi bulunan Hukuk Müşavirleri ve Avukatların bir listesi Bakanlıkça ilgili Cumhuriyet başsavcılığı ve bölge idare mahkemesi başkanlıklarına verilir. Bu listelerin birer nüshası, Cumhuriyet başsavcılığı tarafından adli yargı çevresinde, bölge idare mahkemesi başkanlığınca idarî yargı çevresinde bulunan mahkemelere gönderilir. Yüksek mahkemeler ve bölge adliye mahkemesindeki duruşmalarda temsil yetkisini kullanacakların isimleri ilgili mahkemelerin başsavcılıklarına veya başkanlıklarına bildirilir. Listede isimleri yer alan hukuk müşavirleri ve avukatlar, baroya kayıt ve vekâletname ibrazı gerekmeksizin temsil yetkilerini kullanırlar. Temsil yetkisi sona erenlerin isimleri anılan mercilere derhal bildirilir.

Bakanlık lehine sonuçlanan dava ve icra takipleri nedeniyle hükme bağlanarak karşı taraftan tahsil edilen vekâlet ücretlerinin Hukuk Müşavirleri ve Avukatlara dağıtımı hakkında, 1389 sayılı Devlet Davalarını İntaç Eden Avukat ve Saireye Verilecek Ücreti Vekâlet Hakkında Kanun hükümleri kıyas yoluyla uygulanır.

Personel Genel Müdürlüğü

Personel Genel Müdürlüğünün görevleri şunlardır:

a) Bakanlığın insan gücü politikası ve planlaması ile insan kaynakları sisteminin geliştirilmesi ve performans ölçütlerinin oluşturulması konusunda çalışmalar yapmak ve tekliflerde bulunmak.

b) Bakanlık personelinin atama, nakil, terfi, emeklilik ve benzeri özlük işlemlerini yürütmek.

c) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Destek Hizmetleri Dairesi Başkanlığı

Destek Hizmetleri Dairesi Başkanlığının görevleri şunlardır:

a) 5018 sayılı Kanun hükümleri çerçevesinde, kiralama ve satın alma işlerini yürütmek, temizlik, güvenlik, aydınlatma, ısınma, onarım, taşıma ve benzeri hizmetleri yapmak veya yaptırmak.

b) Bakanlığın taşınır ve taşınmazlarına ilişkin işlemleri ilgili mevzuat çerçevesinde yürütmek.

c) Bakanlığın genel evrak ve arşiv faaliyetlerini düzenlemek ve yürütmek.

ç) Bakanlık sivil savunma ve seferberlik hizmetlerini planlamak ve yürütmek.

d) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Eğitim, Yayım ve Yayınlar Dairesi Başkanlığı

Eğitim, Yayım ve Yayınlar Dairesi Başkanlığının görevleri şunlardır:

a) Bakanlığın görev alanına giren konularda görsel, işitsel ve yazılı dokümanların basım ve yayımını yapmak veya yaptırmak.

b) Eğitim amacıyla Bakanlığın görev alanıyla ilgili her türlü bilgi ve belgeyi toplamak, değerlendirmek, yayımlamak, film, slayt, fotoğraf ve benzeri belgeleri hazırlamak veya hazırlatmak, bu konulara ilişkin arşiv, dokümantasyon ve kütüphane hizmetlerini yürütmek.

c) Bakanlığın görev alanına giren konularda her türlü eğitim faaliyetini yapmak veya yaptırmak.

ç) Bakanlığın görev alanına giren alanlarda yapılacak yayınlar hakkında ilgili kamu kurum ve kuruluşları ile özel kuruluşlarla işbirliği yapmak.

d) Çiftçi eğitimi, tarımsal yayım ve danışmanlık hizmetlerini yürütmek.

e) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Bilgi İşlem Dairesi Başkanlığı

Bilgi İşlem Dairesi Başkanlığının görevleri şunlardır:

a) Bakanlık projelerinin Bakanlık bilişim altyapısına uygun olarak tasarlanmasını ve uygulanmasını sağlamak, teknolojik gelişmeleri takip etmek, bilgi güvenliği ve güvenilirliği konusunun gerektirdiği önlemleri almak, politikaları ve ilkeleri belirlemek, kamu bilişim standartlarına uygun çözümler üretmek.

- b) Bakanlığın bilgi işlem hizmetlerini yürütmek.
- c) Bakanlığın internet sayfaları, elektronik imza ve elektronik belge uygulamaları ile ilgili teknik çalışmaları yapmak.
- ç) Bakanlık hizmetleriyle ilgili bilgileri toplamak ve ilgili birimlerle işbirliği içinde veri tabanları oluşturmak.
- d) Bakanlığın mevcut bilişim altyapısının kurulumu, bakımı, ikmali, geliştirilmesi ve güncellenmesi ile ilgili işleri yürütmek, haberleşme güvenliğini sağlamak ve bu konularda görev üstlenen personelin bilgi teknolojilerindeki gelişmelere paralel olarak düzenli şekilde hizmet içi eğitim almalarını sağlamak.
- e) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Basın ve Halkla İlişkiler Müşavirliği

Basın ve Halkla İlişkiler Müşavirliğinin görevleri şunlardır:

- a) Bakanlığın basın ve halkla ilişkilerle ilgili faaliyetlerini planlamak ve bu faaliyetlerin belirlenecek usûl ve esaslara göre yürütülmesini sağlamak.
- b) 4982 sayılı Bilgi Edinme Hakkı Kanununa göre yapılacak bilgi edinme başvurularını etkin, süratli ve doğru bir şekilde sonuçlandırmak üzere gerekli tedbirleri almak.
- c) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Özel Kalem Müdürlüğü

Özel Kalem Müdürlüğünün görevleri şunlardır:

- a) Bakanın çalışma programını düzenlemek.
- b) Bakanın resmî ve özel yazışmalarını, protokol ve tören işlerini düzenlemek ve yürütmek.
- c) Bakan tarafından verilen benzeri görevleri yapmak.

Bakanlık Müşavirleri

Bakanlıkta önem ve öncelik taşıyan konularda Bakana yardımcı olmak üzere otuz Bakanlık Müşaviri atanabilir.

Bakanlık Müşavirleri, Bakanın uygun göreceği merkez veya taşra teşkilatına ait birimlerde çalıştırılabilir.

Taşra ve Yurt Dışı Teşkilatı

Taşra teşkilatı

Bakanlık, ilgili mevzuat hükümleri çerçevesinde taşra teşkilatı kurmaya yetkilidir.

Yurt dışı teşkilatı

Bakanlık, 189 sayılı Kamu Kurum ve Kuruluşlarının Yurtdışı Teşkilatı Hakkında Kanun Hükmünde Kararname esaslarına uygun olarak yurt dışı teşkilatı kurmaya yetkilidir.

Yüksek Komiserler Kurulu ve çalışma grupları

Bakanlığın sürekli kurulu, Yüksek Komiserler Kuruludur.

Bakanlık, görev alanına giren konularla ilgili olarak çalışmalarda bulunmak üzere diğer bakanlıklar, kamu kurum ve kuruluşları, sivil toplum kuruluşları, özel sektör temsilcileri ve konu ile ilgili uzmanların katılımıyla geçici çalışma grupları oluşturabilir.

Sorumluluk, Koordinasyon ve Yetkiler

Yöneticilerin sorumlulukları

Bakanlığın her kademedeki yöneticileri, görevlerini mevzuata, stratejik plan ve programlara, performans ölçütlerine ve hizmet kalite standartlarına uygun olarak yürütmekten üst kademelere karşı sorumludur.

Yetki devri

Bakan, Müsteşar ve her kademedeki Bakanlık yöneticileri sınırlarını açıkça belirtmek ve yazılı olmak kaydıyla, yetkilerinden bir kısmını alt kademelere devredebilir. Yetki devri, uygun araçlarla ilgililere duyurulur.

Koordinasyon ve işbirliği

Bakanlık, hizmet ve görevleriyle ilgili konularda, diğer bakanlıkların ve kamu kurum ve kuruluşlarının uyacakları esasları mevzuata uygun olarak belirlemekle, kaynak israfını önleyecek ve koordinasyonu sağlayacak tedbirleri almakla görevli ve yetkilidir.

Bakanlık, diğer bakanlıkların hizmet alanına giren konulara ilişkin faaliyetlerinde, ilgili bakanlıklara danışmak ve gerekli işbirliği ve koordinasyonu sağlamaktan sorumludur.

Bakanlık, kamu otoritesince yapılması zorunlu olan görevlerinin dışındaki bazı görevlerini, kendi denetim ve gözetiminde olmak üzere ilgili meslek ve sivil toplum örgütleriyle işbirliği içinde yürütebilir.

Düzenleme yetkisi

Bakanlık; görev, yetki ve sorumluluk alanına giren ve önceden kanunla düzenlenmiş konularda idarî düzenlemeler yapabilir.

Personele İlişkin Hükümler

Atama

2451 sayılı Bakanlıklar ve Bağlı Kuruluşlarda Atama Usulüne İlişkin Kanunun eki cetvellerde sayılanlar dışında kalan memurların atamaları Bakan tarafından yapılır. Bakan bu yetkisini alt kademelere devredebilir.

Kadrolar

Kadroların tespiti, ihdası, kullanımı ve iptali ile kadrolara ilişkin diğer hususlar, 190 sayılı Genel Kadro ve Usulü Hakkında Kanun Hükmünde Karamame hükümlerine göre düzenlenir.

Gıda, Tarım ve Hayvancılık Uzmanı

Bakanlıkta Gıda, Tarım ve Hayvancılık Uzmanları ve Uzman Yardımcıları istihdam edilir. Uzman Yardımcılığına atanabilmek için 657 sayılı Devlet Memurları Kanununun 48 inci maddesinde sayılan genel şartlara ek olarak aşağıdaki şartlar aranır:

a) En az dört yıllık lisans eğitimi veren hukuk, siyasal bilgiler, iktisat, işletme, iktisadî ve idarî bilimler, veterinerlik, ziraat, gıda mühendisliği, su ürünleri, balıkçılık teknolojisi fakülte ve bölümleri ile hizmet birimlerinin görev alanına giren ve yönetmelikle belirlenen yükseköğretim kurumlarından veya bunlara denkliği Yükseköğretim Kurulu tarafından kabul edilen yurt içindeki veya yurt dışındaki yükseköğretim kurumlarından mezun olmak,

b) Yapılacak yarışma sınavında başarılı olmak gerekir.

Uzman Yardımcılığına atanananlar, en az üç yıl fiilen çalışmak ve istihdam edildikleri birimlerce belirlenecek konularda hazırlayacakları uzmanlık tezinin oluşturulacak tez jürisi tarafından kabul edilmesi kaydıyla, yapılacak yeterlik sınavına girmeye hak kazanırlar. Süresi içinde tezlerini sunmayan veya tezleri kabul edilmeyenlere tezlerini sunmaları veya yeni bir tez hazırlamaları için altı ayı aşmamak üzere ilâve süre verilir. Yeterlik sınavında başarılı olanların Gıda, Tarım ve Hayvancılık Uzmanı kadrolarına atanabilmeleri, Kamu Personeli Yabancı Dil Bilgisi Seviye Tespit Sınavından asgarî (C) düzeyinde veya dil yeterliği bakımından buna denkliği kabul edilen ve uluslararası geçerliliği bulunan başka bir belgeye yeterlik sınavından itibaren en geç iki yıl içinde sahip olma şartına bağlıdır. Sınavda başarılı olamayanlar veya sınava girmeye hak kazandığı hâlde geçerli mazereti olmaksızın sınav hakkını kullanmayanlara, bir yıl içinde ikinci kez sınav hakkı verilir. Verilen ilave süre içinde tezlerini sunmayan veya ikinci defa hazırladıkları tezleri de kabul edilmeyenler, ikinci sınavda da başarı gösteremeyen veya sınav hakkını kullanmayanlar ile süresi içinde yabancı dil yeterliliği şartını yerine getirmeyenler Uzman Yardımcısı unvanını kaybeder ve Bakanlıkta durumlarına uygun başka kadrolara atanırlar.

Uzman Yardımcılarının mesleğe alınmaları, yetiştirilmeleri, yarışma sınavı, tez hazırlama ve yeterlik sınavı ile diğer hususlar yönetmelikle düzenlenir.

GIDA, TARIM VE HAYVANCILIK BAKANLIĞI TAŞRA TEŞKİLATININ GÖREVLERİ, ÇALIŞMA USUL VE ESASLARI

İl Müdürlüğü Teşkilatı

(1) Bakanlık il müdürlüğü, il müdürü yönetiminde ve aşağıdaki şube müdürlüklerinden oluşur.

- a) Gıda ve Yem şube müdürlüğü
- b) Bitkisel Üretim ve Bitki Sağlığı şube müdürlüğü
- c) Hayvan Sağlığı, Yetiştiriciliği ve Su Ürünleri şube müdürlüğü
- c) Tarımsal Altyapı ve Arazi Değerlendirme şube müdürlüğü
- d) Kırsal Kalkınma ve Örgütlenme şube müdürlüğü
- e) Koordinasyon ve Tarımsal Veriler şube müdürlüğü
- f) İdari ve Mali İşler şube müdürlüğü

(2) Avukatlar, doğrudan il müdürüne bağlı olarak hukuk hizmetleri ile ilgili görevleri yürütür.

(3) İhtiyaçların özelliğine göre ve gerek duyulması halinde, il müdürlüğüne veya şube müdürlüğüne bağlı hizmet birimleri oluşturulabilir. Bu birimlerin oluşturulması görev ve yetkileri Bakan Onayı ile belirlenir.

Bakanlık merkez teşkilatına bağlı kuruluşlar

Taşra teşkilatında bulunan araştırma, eğitim, üretim, işletme vb birimlerin bağlantısı Bakan Onayı ile belirlenir.

Bakanlık İl Müdürlüğünün Görevleri

(1) Bakanlık il müdürlüğünün görevleri şunlardır:

- a) İlin tarımsal envanterini çıkarmak ve ilin tarım üretim potansiyelini mevcut teknolojiye göre belirlemek,
- b) Her türlü il yayım programlarını hazırlamak ve yayınların kendi elemanlarına, tüketicilere ve çiftçilere ulaştırılmasını sağlamak,
- c) Çevreye duyarlı doğal kaynakların korunması ve sürdürülebilirlikle ilgili yeni teknolojileri ve bilgileri çiftçilere ulaştırabilmek, ilin tarımsal yayım programını hazırlamak programın gerçekleştirilmesi için üretici, üretici örgütleri, üniversite, özel sektör ile işbirliği yapmak,
- ç) Araştırma kuruluşları ile doğrudan merkeze bağlı olan benzeri kuruluşlarla işbirliği halinde uygulamaya donuk deneme ve demonstrasyonlar programlamak ve yürütmek,
- d) İlde çiftçilerin karşılaştığı problemleri araştırma enstitülerine iletmek, çözümlerin çiftçilere iletilmesini sağlamak, ilde görev yapan personelin hizmet içi eğitimlerini koordine etmek,
- e) Tarım ürünlerinin islenip, değerlendirilmesine, pazarlamasına ve bunun için gerekli tesislerin kurdurulmasına yardımcı olacak çalışmaları yapmak, bu konuda üreticileri ve müteşebbisleri yönlendirmek,

- f) İlin tarım ürünlerini ekiliş, verim ve üretimlerini tahmin çalışmaları yapmak, tarımla ilgili her türlü istatistik bilgilerinin zamanında toplanmasını sağlamak,
- g) Hayvan ve bitki sağlığı ile gıda ve yem konusunda il düzeyinde risk kriterlerini ve yönetimi esaslarını belirleyerek değerlendirme yapmak ve gerekli iletişimi sağlamak,
- ğ) İldeki hayvanların refahının sağlanması ile salgın ve paraziter hastalıklardan korunmasını sağlamak, bulaşıcı hastalıkların yurt çapında yayılmasını önlemek amacıyla il çapında plan, program ve projeler hazırlamak, gerek bunları, gerekse Bakanlık tarafından belirlenenleri, ilde uygulamak, izlemek, denetlemek,
- h) İl dahilinde çözümlenemeyen hastalık, teşhis ve tedavi problemlerini ilgili araştırma merkezlerine ve Bakanlığa intikal ettirmek, araştırma ve teşhis sonuçlarına göre gerekli tedbirleri almak,
- ı) Suni tohumlama hizmetlerini yürütmek ve soy kütüğü sisteminin yurt çapında yaygınlaştırılması için il bazında gerekli çalışmaları yapmak,
- i) Bakanlığa bağlı hayvan sağlığı ile ilgili hastane, klinik v.b. merkezleri yönetmek; özel sektörde kurulacak bu çeşit tesislere Bakanlıkça belirlenecek esaslara göre izin vermek ve kurulmuş olanları denetlemek,
- j) Hayvan sağlığı ile ilgili madde ve malzemelerin üretim, satış, ihracat, ithalat, taşıma, muhafazası ile ilgili kayıtları tutmak, Bakanlıkça belirlenmiş esaslara ve yetkiyle sınırlı olarak faaliyetleri ile ilgili izin vermek, izlemek, kontrol etmek ve denetlemek
- k) özel sektörde kurulacak suni tohumlama istasyonları ve damızlık yetiştirme işletmelerine Bakanlıkça belirlenecek esaslara göre izin vermek ve denetlemek,
- l) İl dahilinde uygulanan entegre ve münferit tarım ve kırsal kalkınma projelerinin gerektirdiği hizmetleri yapmak, yeni yapılacak projelerin gerektirdiği on etüt ve envanter çalışmalarını yürütmek,
- m) Projeye dayalı olarak kurulacak işletmelere ait kredi taleplerini inceleyerek uygun olanların gerekli proje ve çiftlik geliştirme projelerini hazırlamak,
- n) İl dahilindeki bitki ve hayvan sağlığı ile ilgili iç ve dış karantina hizmetlerini mevzuatı doğrultusunda yürütmek, resmi ve özel mezbaha ve kombinaları sağlık yönünden denetlemek, ildeki damızlık boğa, koç, teke ve aygırların sağlık kontrollerini yapmak, uygun olmayanları enemek,
- o) İl dahilinde bitkilere zarar veren zararlı hastalık ve organizmaların tespitini yapmak ve koruma programlarını hazırlamak, onaylanmış programların uygulanmasını sağlamak,
- ö) İl dahilinde faaliyette bulunan bitki koruma ürünleri, zirai mücadele alet makineleri, tohum ve gübre bayileri ile ilaçlama yapan özel ve tüzel kişilerin kontrolünü yapmak, gıda ve yem stokları, gıda ve yem konularını ilgilendiren etüt ve envanterleri hazırlamak, ruhsatlı yem fabrikalarını asgari teknik ve sağlık şartları bakımından denetlemek, gıda ve yem sanayileri ürünlerinin belirlenmiş esaslara uygunluğunu denetlemek, ihracat ve ithalatında Bakanlık ile ilgili işlemlerinin il düzeyindekilerini yürütmek,
- p) Bitki, hayvan, gıda ve yem güvenliğini gözeterek tüketiciyi ve halk sağlığını koruma amacıyla il düzeyinde tedbirler almak, Bakanlıkça belirlenen tedbirlerin ilde

uygulanmasını sağlamak, izlemek, değerlendirmek, konusunda faaliyet gösteren laboratuvarları mevzuatı çerçevesinde belgelendirilmek, kaydını almak, izlemek, yetkili oldukları hususlarda denetlemek,

r) Su ürünlerinin ve su ürünleri kaynaklarının sürdürülebilirlik temelinde isletilmesi ve geliştirilmesini sağlamak, buna yönelik koruma önlemlerini gerçekleştirmek, avcılık ve yetiştiriciliğe, su ürünlerinin islenmesi ve pazarlanmasına, balıkçı barınakları ve balıkçılık ve su ürünleri alt yapılarının geliştirilmesi ve isletilmesine, su ürünleri ile ilgili her türlü bilgi ve belge toplanmasına ve bu bilgilere yönelik kayıt sisteminin geliştirilmesine ilişkin düzenlemeleri uygulamak, getirilen düzenlemeler kapsamında izleme, kontrol ve denetim ile cezai müeyyideleri gerçekleştirmek, su ürünleri ile ilgili inceleme ve değerlendirmeler yapmak ve her türlü teşvik ve koruma tedbirlerinin alınmasını, üretim alanlarının kiralanması ve isletilmesini ve buralarda verimliliğin artırılmasını sağlamak, su kaynaklarının kirletilmesini önleyecek ve su ürünlerini zarardan koruyacak tedbirleri almak ve aldirmek, balıkçılık ve su ürünleri ilgili ihracat, ithalat işlemlerini mevzuatı çerçevesinde yürütmek.

s) Mera tespit tahdit, ıslah ve tahsis ile mera dışına çıkarılma ve bu gibi yerler ile ilin içerisinde bulunduğu tarım havzasına dair faaliyetlerde mevzuatı doğrultusunda işlemler yürütmek, tarım arazisinde ekili, dikili alanlarının ve bunların ürünlerinin taşınır ve taşınmaz çiftçi mallarının korunmasını ve tabii afetlerden zarar gören çiftçilere özel mevzuatına göre yardım yapılmasını sağlamak için ilgili kuruluşlarla işbirliği yapmak ve çalışmalara yardımcı olmak,

s) Projeler çerçevesinde köylerde istihdam imkanlarını artırmak amacıyla el sanatlarının geliştirilmesini, yayılmasını ve tanıtılmasını sağlayıcı ve mamullerinin pazarlanmasını kolaylaştıracı tedbirler almak,

t) çiftçilerin kooperatif veya birlik şeklinde teşkilatlanmasını ve kooperatifçiliği teşvik etmek, bu amaçla etüt ve projeler hazırlamak, kooperatiflerin ve birliklerin kurulması için teknik ve yetkisi dahilinde mali yardımda bulunmak ve denetlemek,

u) Örnek çiftçi yetiştirmek gayesi ile çiftçi kadınlar ile çiftçi çocukları ve gençleri için eğitim programları ve projeleri uygulamak,

ü) Gıda, gıda katkı maddeleri ve gıda ile temasta bulunan madde ve malzemeler konusunda faaliyette bulunan yerlerin gerekli kayıtları yapmak, izinleri vermek, üretim isleme ve satış yerlerini mevzuatı çerçevesinde denetlemek, bu malzemelerin ihracat ve ithalatında Bakanlık ile ilgili işlemlerinin il düzeyindekilerini yürütmek,

v) Tohumluk üretimlerinin beyanname kabulü, tarla kontrollerini yapmak ve numune alarak ilgili kuruluşlarına göndermek,

y) Tohumluk piyasasında yetkilendirme ile ilgili faaliyetleri yürütmek,

y) Tohumluk üretici ve bayilerinin kontrolünü yapmak,

z) Tohumluk, sus bitkileri, doğal çiçek soğanları ve kesme çiçek ile ilgili ithalat ve ihracat işlemlerini yürütmek,

aa) Bakanlıkça yürütülen iç ve dış kaynaklı entegre ve münferit bitkisel üretim, hayvancılık ve su ürünleri üretim, değerlendirme, pazarlama ve kırsal kalkınma

projelerinin ili ile ilgili kısımları uygulamak, uygulatmak, hibelerin zamanında ve amacına uygun olarak kullanılmasını takip ve kontrol etmek,

bb) Küresel iklim değışiklikleri, tarımsal çevre, kuraklık, çölleşme ile ilgili çalışmalar il düzeyinde olanları yürütmek, diğcr afetler ve tarım sigortası ile ilgili olarak 14/6/2005 tarihli ve 5363 sayılı Tarım Sigortaları Kanunu çerçevesindeki uygulamaların yaygınlaştırılmasına yönelik eğitim, yayım ve tanıtım ve mevzuatla verilen diğcr çalışmalarını yapmak,

cc) Hayvan ıslahı faaliyetlerini ve bu faaliyetlerin veri tabanı çalışmalarını yürütmek, Bakanlıkça düzenlenen suni tohumlama kurslarına ilişkin koordinasyonu sağlamak, suni tohumlama yapma izni vermek, sperma ve embriyo üretim merkezleri ve laboratuvarlarının kontrol ve denetimlerini yapmak,

çç) Büyükbaş ve küçükbaş damızlık yetiştiriciliğı yapılan işletmelerin teknik yönden kontrolünü yapmak,

dd) Hayvancılık projeleriyle ilgili personel eğitimi ve bütçe ihtiyaçlarını tespit etmek ve ilin hayvancılık konusunda üretim potansiyelini belirlemek, mevzuatı doğrultusunda projeler yapmak, yürütmek, İlde hayvansal üretimin insan sağlığı ve ekolojik dengeyi koruyucu yöntemlerle yapılmasına ilişkin çalışmalar yapıp bunları denetlemek.

ee) Projeye dayalı olarak kurulmak istenen hayvancılık işletmelerine ilişkin teknik yardım taleplerini değerlendirmek,

ff) İl dahilinde faaliyette bulunan her türlü gübre ve toprak düzenleyicilerin üretim yerleri, gübre bayileri ile bu bayilerin depolarını ve buralardaki piyasaya arz edilmiş ürünleri belirlenmiş esaslara göre uygunluğunu denetlemek,

gg) Bakanlığın il müdürlüklerine yetki devri yaptığı gübreler için ithalat uygunluk belgelerini düzenlemek,

hh) İlde ilk defa faaliyete gecen gübre fabrikaları ile gübre üretim yerleri için lisans başvurularında, bu fabrika ve üretim yerlerinin mevzuata uygunluğunu denetlemek, uygunluk raporunu Bakanlığa göndermek,

ıı) İlde bitkisel, hayvansal ve su ürünleri üretimi ile ilgili bilgi sistemlerinin kurulması ve kullanılmasını sağlamak,

ii) Kayıt sistemleri veri girişleri ve kayıt sistemlerine dayalı destekleme uygulamalarını yapmak,

jj) Tarımsal üretimi arttırmak, geliştirmek, kolaylaştırmak, kalitesini arttırmak ve maliyeti düşürmekle ilgili iş ve işlemleri usulünce yürütmek, çiftlik muhasebe veri ağının il ile ilgili kısımlarını mevzuatı çerçevesinde gerçekleştirmek,

kk) Üreticilerce toprak analiz sonuçlarına dayalı gübre kullanımını sağlamak için eğitim çalışmaları yapmak,

ll) İlde bulunan toprak-bitki –sulama suyu analiz laboratuvarlarının yetkilendirilmesi ve faaliyetleri ile ilgili olarak Bakanlıkça istenen hususları yerine getirmek.

mm) Alternatif üretim tekniklerine yönelik üretici, üretici örgütleri, müteşebbis ve tüketicilere eğitim ve yayım hizmetlerinde bulunmak, denetim faaliyetlerini yürütmek, alternatif tarımsal üretim tekniklerine yönelik Bakanlıkça verilecek görevleri yapmak.

- nn) Sulamaya acılan alanlarda tarım tekniklerini çiftçilere öğretmek ve yaymak,
- oo) İlin, tohum, fidan, fide, gübre, ilaç, ası, serum, zirai alet ve makine, damızlık hayvan, yumurta, civciv, balık yavrusu ve yumurtası, ipek böceği tohumu, ana arı, kovan, sperma zirai kredi gibi girdi ihtiyaçlarını ilçelerden gelen bilgiler ışığında tespit etmek, bunların tedarik ve dağıtımı için T.C. Ziraat Bankası, Tarım Kredi Kooperatifleri, Tarım satış Kooperatifleri, tarımsal amaçlı kooperatifler, döner sermaye, bütçe imkanları ve varsa fon gibi kaynaklardan yararlanmak üzere tedbirler almak,
- öö) Tarımsal yayım ve danışmanlık hizmetlerini düzenleyen, 8/9/2006 tarih ve 26283 sayılı Resmi Gazetede yayımlanan Tarımsal Yayım ve danışmanlık Hizmetlerinin Düzenlenmesine Dair Yönetmelik kapsamındaki iş ve işlemleri yapmak, uygulamaları yaygınlaştırmak için eğitim, yayım ve tanıtım çalışmaları yapmak.
- pp) İlde kurulu bulunan döner sermaye işletmesi ile ilgili iş ve işlemleri mevzuatına uygun olarak yürütmek,
- rr) Toprak Koruma ve Arazi Kullanımı Kanunu ile arazi edindirme, tarım arazilerinin parçalanmasını önlemek, arazi düzenlemesi ve toplulaştırması, sulama verimliliğini arttırmak için uygun sulama tekniklerinin kullanılması ve tesislerinin yapılması, toprak kaynaklarını korumak, tarla içi geliştirme hizmetlerini yürütmek, 3083 sayılı Kanun çerçevesinde ve Bakanlıkça verilen yetki ve görevler dahilinde gerekli faaliyetleri yapmak,
- ss) İlde bulunan Bakanlık kuruluşları arasında merkezden istenen verilerin toplanarak merkez kuruluşlarına bildirilmesi ve Bakanlıkça verilen talimat çerçevesinde koordinasyonu sağlamak,
- ss) Bakanlıkça önceden tespit edilen ilke ve esaslar çerçevesinde hazırlanan il yıllık yatırım ve bütçe tekliflerinin planlanmasını, uygulamasını ve değerlendirmesini yapmak,
- tt) İlde, Bakanlığın orta ve uzun vadeli strateji politikaları çerçevesinde çalışmalarını yürütmek.
- uu) Mevzuatla verilen diğer görevler ile Bakanlık ve Vali tarafından verilecek benzeri görevleri yapmak.

Bakanlık İl Müdürlüğü Hizmet Birimlerinin Görevleri

Gıda ve Yem şube müdürlüğünün görevleri şunlardır:

- a) Gıda ve yem güvenilirliğini gözeterek tüketiciyi ve halk sağlığını koruyucu tedbirleri Bakanlığın belirlediği esasları il düzeyinde yürütmek,
- b) Gıda, gıda katkı maddeleri ve gıda ile temasta bulunan madde ve malzemelerin üretim, işleme ve satış-pazarlama ile ilgili izin ve kayıtlarını yapmak, üretim, satış yeri ve toplu tüketim yerlerinin izleme, kontrol ve denetimlerini yapmak,
- c) Gıda, gıda katkı maddeleri ve gıda ile temasta bulunan madde ve malzemelerin ihracat ve ithalatında Bakanlık ile ilgili işlemlerinin il düzeyindekilerini yürütmek,
- ç) Kombina ve mezbahalarda görev yapan akredite veteriner hekimlerin kaydını yapmak ve bunları konuyla ilgili mevzuatta belirlenmiş görevleri yönüyle denetlemek,
- d) Organik tarım ve iyi tarım uygulamalarına göre üretilen ürünlerin gıda güvenliği yönüyle denetimlerini yapmak,

- e) Bakanlıkça verilen görev çerçevesinde gıda kalıntı izlemeleri yanında bireysel şikayet veya alo gıda ihbar hattına gelen şikayetlerle ilgili gerekli inceleme ve denetleme işlemlerini yürütmek,
- f) Gıda ve beslenmeyle ilişkili olarak gerek bakanlıktan gelen, gerekse il düzeyinde belirlenmiş projelerle ilgili çalışmalar yürütmek,
- g) Konusunda faaliyet gösteren laboratuvarları mevzuatı çerçevesinde belgelendirilmek, kaydını almak, izlemek, yetkili oldukları hususlarda denetlemek,
- ğ) Yem ve yem katkı maddelerinin üretim, işleme ve satış, ihracat, ithalat ile ilgili olarak gerekli kontrolleri ve işlemleri yapmak, denetlemelerini gerçekleştirmek,
- h) Diğer mevzuat ve il müdürü tarafından verilecek benzeri görevler yapmak.

Bitkisel Üretim ve Bitki Sağlığı şube müdürlüğünün görevleri şunlardır:

- a) İlin bitkisel üretim potansiyeline uygun geliştirme projeleri hazırlamak ve/veya hazırlatmak,
- b) Bakanlığın politika, stratejik plan ve programlarına dayalı il için üretimi uygun ve çiftçilere kazanç sağlayıcı, bitkisel üretim desenlerini belirlemek,
- c) İldeki bitkisel üretimi, Bakanlığın belirlediği esaslar dahilinde ve tarım ve sanayi entegrasyonunu sağlayacak şekilde yönlendirmek,
- ç) Bakanlığın belirlediği esaslar doğrultusunda ildeki bitkisel ürünlerde üretimi, verimliliği ve çeşitliliği artırıcı çalışmalar yapmak,
- d) Urun kaybını ve ekolojik sisteme zarar verici faaliyetleri önleyici işlemleri mevzuatı çerçevesinde yürütmek,
- e) Bakanlığın insan sağlığını ve ekolojik dengeyi gözeterek belirlediği ve esaslarını ortaya koyduğu yeni üretim şekillerinin ilde uygulanması yönünde çalışmalarda bulunmak,
- f) Alternatif üretim tekniklerine yönelik üretici, üretici örgütleri, müteşebbis ve tüketicilere eğitim ve yayım hizmetlerinde bulunmak, denetim faaliyetlerini yürütmek alternatif tarımsal üretim tekniklerine yönelik Bakanlıkça verilecek görevleri yapmak,
- g) İlin içerisinde olduğu tarım havzası mevzuatı ve gerekliliği çerçevesinde faaliyet göstermek,
- ğ) İlde sertifikalı tohum ve fide-fidan üretimi ve kullanılmasını sağlayıcı faaliyette bulunmak,
- h) Tohumluk üretimlerinin beyanname kabulü, tarla kontrollerini yapmak ve numune alarak ilgili kuruluşlara göndermek,
- ı) Tohumluk piyasasında yetkilendirme ile ilgili faaliyetleri yürütmek,
- i) Tohumluk üretici, isleyici, yetiştirici ve bayilerinin izin, kayıt ve kontrolünü yapmak,
- j) Tohumluk, sus bitkileri, doğal çiçek soğanları ve kesme çiçek vb üretim materyalinin ilgili ithalat ve ihracat işlemlerini yürütmek.
- k) Mera tespit, tahdit, ıslah ve tahsis ile mera dışına çıkarılma ve bu gibi yerler ile ilin içerisinde bulunduğu tarım havzasına dair faaliyetlerde mevzuatı doğrultusunda işlemler yürütmek.

- l) İl dahilinde faaliyette bulunan her türlü gübre ve toprak düzenleyicilerinin üretim yerleri, gübre bayileri ile bu bayilerin depolarını ve buralardaki piyasaya arz edilmiş ürünleri belirlenmiş esaslara göre uygunluğunu denetlemek,
- m) Bakanlığın il müdürlüklerine yetki devri yaptığı gübreler için ithalat uygunluk belgelerini düzenlemek,
- n) İlde ilk defa faaliyete gecen gübre fabrikaları ile gübre üretim yerleri için lisans başvurularında, bu fabrika ve üretim yerlerinin mevzuata uygunluğunu denetlemek, uygunluk raporunu Bakanlığa göndermek,
- o) Üreticilerce toprak analiz sonuçlarına dayalı gübre kullanımını sağlamak için eğitim çalışmaları yapmak,
- o) İlde bulunan toprak-bitki analiz laboratuvarlarının yetkilendirilmesi ve faaliyetleri ile ilgili olarak Bakanlıkça istenen hususları yerine getirmek,
- p) İl dahilinde çözümlenemeyen hastalık, teşhis ve tedavi problemlerini ilgili araştırma merkezlerine ve Bakanlığa intikal ettirmek, araştırma ve teşhis sonuçlarına göre gerekli tedbirleri almak,
- r) İl dahilinde bitkilere zarar veren hastalık, zararlı ve yabancı otları tespit etmek ve mücadele programlarını hazırlayarak onaylanmış programların uygulanmasını sağlamak.
- s) Bakanlıkça belirlenmiş esaslara ildeki bitki sağlığını korumak, bitki hastalık ve zararlıları ile erken uyarı tahmin vb yöntemlerle ve entegre/ biyolojik mücadele gibi en az kimyasal kullanımını sağlayıcı modern metot ve usullerle mücadele etmek, bu işlerle ilgili gerekli eğitim ve altyapının hazırlanmasını sağlamak,
- s) Tarımsal işletmelerde kullanılan kimyasalların kaydına ilişkin kayıtları kontrol etmek, izlemek ve denetlemek,
- t) Bitki pasaport sistemi ile bitki ve bitkisel ürün hareketlerini ilde kontrol etmek,
- u) İl dahilindeki bitki sağlığı ile ilgili iç ve dış karantina hizmetlerini yürütmek,
- ü) Zirai ilaç satışı, zirai mücadele alet ve makineleri imalat, toptancılığı ve bayiliği gibi hususlarda gerekli kontrol işlemi yapılarak faaliyetlerine Bakanlıkça belirlenmiş esaslar çerçevesinde kaydını yapmak, izin vermek, denetimlerini gerçekleştirmek.
- v) Konusunda faaliyet gösteren laboratuvarları belgelendirmek, yetkili oldukları hususlarda denetlemek.
- y) Konusu ile ilgili il yayım programlarını hazırlamak, faydalı bilgiler, broşür, el kitabı, demonstrasyonlar, gösteri ve benzeri yollarla kendi elemanlarına ve çiftçilere tüketicilere ulaştırmak ve tarım teknolojilerine ait yeni bilgilere çiftçilere yayım yoluyla iletmek,
- z) Örnek çiftçi yetiştirmek gayesi ile çiftçi çocukları, kadınlar ve gençleri için eğitim programları ve projeleri uygulamak,
- aa) Kayıt sistemleri veri girişleri ve kayıt sistemlerine dayalı destekleme uygulamalarını yapmak.
- bb) Diğer mevzuat ve il müdürü tarafından verilecek benzeri görevler yapmak,

Hayvan Sağlığı, Yetiştiriciliği ve Su Ürünleri şube müdürlüğünün görevleri şunlardır:

- a) Hayvan sağlığı ve hayvan refahının korunmasının yanı sıra, güvenilir gıda temini ve hayvan ve ürünlerinden insanlara ve hayvanlara gecen hastalıkların önlenerek halk sağlığının korunması amacıyla, il çapında hazırlanan plan, program ve projeleri uygulamak, hayvan hastalık ve zararlılarına karşı koruyucu hizmetleri yürütmek, tedavilerini yapmak, kontrol etmek, denetlemek,
- b) Bakanlıkça belirlenmiş esaslarla ve yetkiyle sınırlı olarak hayvanların tanımlamak, tescil etmek, kayıt altına almak, ildeki hayvan hareketlerini kontrol etmek
- c) Yurtiçi ve yurtdışı hayvan ve hayvansal ürünlerin hareketlerinin kontrolü ile canlı hayvan ve hayvansal ürünlerin ithalat ve ihracatlarında Bakanlık ile ilgili işlemleri yürütmek,
- c) Bakanlıkça belirlenmiş esaslar doğrultusunda hayvan hastalıkları ve zararlıları ile mücadele etmek, koruyucu ve tedavi edici hayvan sağlığı hizmetlerini yürütmek, hayvan refahını sağlayıcı çalışmalarda bulunmak, hayvan sağlığı ile ilgili karantina hizmetlerini yürütmek,
- d) Hayvan sağlığı, teşhis ve tedavi edici ve koruyucu maddeler ile bunların etken ve yardımcı maddelerinin üretim, satış, ihracat, ithalat, taşıma, muhafazası ile ilgili kayıtları tutmak, Bakanlıkça belirlenmiş esaslarla ve yetkiyle sınırlı olarak faaliyetleri ile ilgili izin vermek, izlemek, kontrol etmek ve denetlemek,
- e) İl dahilinde çözümlenemeyen hastalık, teşhis ve tedavi problemlerini ilgili araştırma merkezlerine ve Bakanlığa intikal ettirmek, araştırma ve teşhis sonuçlarına göre gerekli tedbirleri almak,
- f) Hayvan sağlığı, teşhis, tedavi ve koruyucu hizmetler alanında faaliyet gösteren, kişi, kurum ve kuruluşlar ile hayvan-hayvansal ürün, üretim, satış, kesim ve eğitim, araştırma yerleri ve barınakların durumları ve faaliyetlerinin kaydını tutmak, Bakanlıkça belirlenmiş esaslarla ve yetkiyle sınırlı olarak, faaliyetleri ile ilgili izin vermek, izlemek, kontrol etmek ve denetlemek,
- g) İldeki damızlık hayvanların sağlık kontrollerini yapmak,
- ğ) Konusunda faaliyet gösteren laboratuvarların belgelendirilmesi, yetkili oldukları hususlarda denetlemek.
- h) Hayvan ıslahı faaliyetlerini ve bu faaliyetlerin veri tabanı çalışmalarını yürütmek, Bakanlıkça düzenlenen suni tohumlama kurslarına ilişkin koordinasyonu sağlamak, suni tohumlama yapma izni vermek, sperma ve embriyo üretim merkezleri ve laboratuvarlarının kontrol ve denetimlerini yapmak,
- ı) Bakanlığın belirlediği hayvan ıslah programını ilde uygulamak, izlemek.
- i) Büyükbaş ve küçükbaş damızlık yetiştiriciliği yapılan işletmelerin, teknik yönden kontrolünü yapmak,
- j) Bakanlığın belirlediği çerçevede, İlde hayvansal üretimin insan sağlığı ve ekolojik dengeyi koruyucu yöntemlerle yapılmasına ilişkin çalışmalar gerçekleştirmek, bunları denetlemek,

- k) İlde hayvansal üretimin arttırılmasına ve pazarlanmasına yönelik faaliyetlerde bulunmak,
- l) Hayvancılık projeleri ile ilgili personel eğitimi ve bütçe ihtiyaçlarını tespit etmek ve ilin hayvancılık konusunda üretim potansiyelini belirlemek,
- m) Projeye dayalı olarak kurulmak istenen hayvancılık işletmelerine ilişkin teknik yardım taleplerini değerlendirmek,
- n) Kurulmak istenen hayvancılık tesislerinin izin ve tescil işlemlerini yapmak, izlemek ve denetlemek,
- o) Hayvancılık ve su ürünleri üretim potansiyeline uygun geliştirme projeleri hazırlamak ve/veya hazırlatmak,
- ö) Su ürünlerinin ve su ürünleri kaynaklarının sürdürülebilirlik temelinde işletilmesi ve geliştirilmesini sağlamak, buna yönelik koruma önlemlerini gerçekleştirmek, avcılık ve yetiştiriciliğe, su ürünlerinin islenmesi ve pazarlanmasına, balıkçı barınakları ile balıkçılık ve su ürünleri alt yapılarının geliştirilmesi ve işletilmesine, su ürünleri ile ilgili her türlü bilgi ve belge toplanmasına ve bu bilgilere yönelik kayıt sisteminin geliştirilmesine ilişkin düzenlemeleri uygulamak, getirilen düzenlemeler kapsamında izleme, kontrol ve denetim ile cezai müeyyideleri gerçekleştirmek,
- p) balıkçılık ve su ürünleri kaynaklarını koruma, üretim ve yetiştiricilik alanlarını belirleyerek, bu alanlarda koruyucu tedbirleri almak,
- r) Su ürünleri ile ilgili inceleme, değerlendirme çalışmaları yapmak, Bakanlığın belirlediği esaslar dahilinde ve yetkisi ölçüsünde ilde her türlü teşvik ve koruma tedbirlerinin alınmasını, balıkçılık ve su ürünleri yetiştiriciliğine uygun üretim alanları ve balıkçı barınaklarına ilişkin esasları, üretim araçlarının asgari vasıf ve şartlarını kiralanma ve kullanıma esaslarını üretim alanlarının kiralanmasını ve işletilmesini ve buralarda verimliliğin artırılmasını sağlamak su kaynaklarının kirletilmesini önleyecek ve su ürünlerini korumaya yönelik tedbirler almak,
- s) Su ürünlerinin yetiştiriciliği kapsamında ithalat ve ihracat işlemlerini Bakanlık faaliyetleri çerçevesinde gerçekleştirmek,
- s) Su ürünleri üretim, isleme ve satış yerlerinin ruhsatlandırmak, denetlenmek,
- t) Amatör ve ticari balıkçılık ile ilgili düzenlemeleri, gerekli işlem ve denetlemeleri yapmak,
- u) Akarsu ve kuru dere yataklarından kum, çakıl ve benzeri maddelerin alınması ve işletilmesi faaliyetlerine ilişkin su ürünlerini korumak adına çevresel etki değerlendirme çalışmalarını yürütmek,
- u) Kalıntı - nitrat izleme çalışmaları; alıcı ortam su kirliliği çalışmaları, atık su kirliliği denetimi işlemleri gibi koruyucu ve sürdürülebilir su üretimini sağlayıcı işlemler yapmak,
- v) Konusu ile ilgili il yayım programlarını hazırlamak, faydalı bilgiler, broşür, el kitabı, demonstrasyonlar, gösteri ve benzeri yollarla kendi elemanlarına ve çiftçilere, tüketicilere ulaştırmak ve tarım teknolojilerine ait yeni bilgileri çiftçilere yayım yoluyla iletmek,
- y) Örnek çiftçi yetiştirmek gayesi ile çiftçi çocukları, kadınlar ve gençleri için eğitim

programları ve projeleri uygulamak,

z) Kayıt sistemleri veri girişleri ve kayıt sistemlerine dayalı destekleme uygulamalarını yapmak,

aa) Diğer mevzuat ve il müdürü tarafından verilecek benzeri görevler yapmak.

Tarımsal Altyapı ve Arazi Değerlendirme şube müdürlüğünün görevleri şunlardır:

- a) Arazi ve toprak etüdü, sınıflama ve haritalama işlerini yapmak, yaptırmak,
- b) Toprak ve arazi veri tabanına ilişkin çalışmaları yapmak,
- c) Toprak ve sulama suyu ile ilgili analizleri yapmak ve yaptırmak,
- ç) Arazi kullanım planlarını yapmak, yaptırmak,
- d) Çalışma konuları ile ilgili ihale ve kesin hesap işlemlerini yapmak,
- e) Tarımsal üretim potansiyeli yüksek ovaların belirlenmesi işlemlerini yapmak, yaptırmak,
- f) Tarımsal amaçlı arazi kullanım planlarını hazırlamak, hazırlatmak
- g) Toprak ve sulama suyu analiz laboratuvarlarının kuruluş izinleri ile ilgili işlemleri yürütmek,
- ğ) Toprak ve arazilerin korunması, geliştirilmesi ve verimli kullanılması ile ilgili çalışmalar yapmak, uygulanmasını sağlamak, izlemek ve değerlendirmek, toprak, su, biyolojik çeşitlilik gibi doğal kaynakların doğal olaylar veya arazi kullanımından kaynaklanan bozulmalarını önlemek için gerekli tedbirleri almak,
- h) Tarım dışı arazi kullanım taleplerini değerlendirmek,
- ı) Hazine arazisinin kamu kuruluşlarına tahsis işlemlerini yapmak,
- i) Tarım alanlarının korunması ve amacına uygun kullanımını sağlamak için gerekli tedbirleri almak, aldırarak ve zorunlu hallerde amacı dışında kullanımına izin vermek,
- j) Dağıtılmayan hazine arazilerinin değerlendirilmesini sağlamak,
- k) Diğer kamu kurum ve kuruluşları ile işbirliği yaparak, arazi değerlendirmesine esas nüfus, iklim, toprak, bitki, hidroloji, jeoloji ve diğer arazi bilgilerini temin etmek,
- l) Tarım arazilerinin korunması ve geliştirilmesine yönelik uygulanmış veya planlanan projelerin tarımsal üretime etkileri yönünden incelenmesi ve değerlendirilmesi için ilgili kuruluşlarla işbirliği yapmak, yatırım önceliklerinin belirlenmesine yardımcı olmak
- m) Tarım arazilerinin bölünmesini engellemek amacı ile gerekli çalışmaları yapmak,
- n) Tarım arazilerinin tevhide, ifraz ve vasıf değişikliği gibi taleplerini değerlendirmek,
- o) Toprak koruma kurullarının sekretarya hizmetlerini yürütmek, çalışmalarda bulunmak ve katılım sağlamak,
- ö) Arazi toplulaştırma ve tarla içi geliştirme hizmetleri ile ilgili etüt, proje ve uygulama işlemlerini yapmak, yaptırmak
- p) 5403 sayılı Kanun kapsamında yapılan özel arazi toplulaştırma taleplerini değerlendirmek, kontrol etmek,
- r) Arazi derecelendirme işlemlerini yapmak, yaptırmak,
- s) Yeter gelirli işletme büyüklüğünü hesaplamak, sürdürülebilir işletme ölçeğini belirleyerek arazi edindirme işlemlerini yürütmek,
- s) Arazi dağıtım ve kiralama çalışmalarını yapmak, yaptırmak, arazi satış izni, ipotek

- ve temlik işlemlerini yürütmek,
- t) Kamulaştırma işlemlerini yürütmek,
- u) Kırsal alan düzenlemesi, geliştirilmesi ve altyapı çalışmalarını yapmak, yaptırmak,
- ü) İdari bağıllık işlemlerini (koy altı yerleşim birimlerinin birleştirilerek yeni koy oluşturulması, bağımsız koy oluşturulması) yürütmek,
- v) Sulama projelerinin etüt, proje ve uygulamalarını yapmak, yaptırmak,
- y) Mevcut sulama şebekelerinde sulama sonuçlarını bitkisel üretim, sulama ve toprak koruma açısından izlemek değerlendirmek ve iyileştirici tedbirler almak,
- z) Çalışma konuları ile ilgili ihale ve kesin hesap işlemlerini yapmak,
- aa) Tarımsal sulamada verimliliği artırmak, uygun sulama tekniklerinin kullanımını sağlamak,
- bb) Sulama alanlarında su tasarrufu sağlayacak modern sulama sistemlerin yaygınlaştırılmasına yönelik çalışmalar yapmak, projeler yapmak, yaptırmak ve desteklemek,
- cc) Sorunlu ve sorunlu olabilecek tarım arazilerini tespit etmek, ettirmek ve uygun projeler (Erozyon, drenaj, arazi ıslahı vd.) hazırlamak, hazırlatmak, uygulamak ve uygulatmak,
- cc) İl dahilinde sulamaya acılan alanlarla ilgili kuruluşlarca işbirliği yaparak sulu tarım tekniklerini hazırlanacak bir program içerisinde çiftçilere öğretmek ve yaymak.
- dd) Konusu ile ilgili il yayım programlarını hazırlamak, faydalı bilgiler, broşür, el kitabı, demonstrasyonlar, gösteri ve benzeri yollarla kendi elemanlarına ve çiftçilere ulaştırmak ve tarım teknolojilerine ait yeni bilgilere çiftçilere yayım yoluyla iletmek,
- ee) Örnek çiftçi yetiştirmek gayesi ile çiftçi çocukları, kadınlar ve gençleri için eğitim programları ve projeleri uygulamak
- ff) Diğer mevzuat ve il müdürü tarafından verilecek benzeri görevler yapmak.

Kırsal Kalkınma ve Örgütlenme şube müdürlüğünün görevleri şunlardır:

- a) Projeye dayalı olarak kurulacak işletmelere ait kredi taleplerini inceleyerek uygun olanların gerekli proje ve çiftlik geliştirme projelerini hazırlamak,
- b) Tarım arazisinde ekili, dikili bitki alanlarının ve bunların ürünlerinin, taşınır ve taşınmaz çiftçi mallarının korunmasını ve tabii afetlerden zarar gören çiftçilere özel kanunlara göre yardım yapılmasını sağlamak için ilgili kuruluşlarla işbirliği yapmak ve çalışmalara yardımcı olmak,
- c) 14/6/2005 tarihli ve 5363 sayılı Tarım Sigortaları Kanunu çerçevesindeki uygulamaların yaygınlaştırılmasına yönelik eğitim, yayım ve tanıtım çalışmalarını yapmak.
- ç) Bakanlıkça verilecek yetki çerçevesinde, kooperatifler ve diğer tarımsal örgütlerin ve iştiraklerinin kuruluşlarına izin vermek, izlemek ve denetlemek,
- d) çiftçilerin kooperatif veya birlik şeklinde teşkilatlanmasını ve kooperatifçiliği teşvik etmek, bu amaçla etüt ve projeler hazırlamak, kooperatiflerin kurulması için teknik ve yetkisi dahilinde mali yardımda bulunmak ve denetlemek,
- e) İl dahilindeki çiftçi birlikleri ve ortaklıkları, döner sermaye işletmeler, vakıflar,

tarım ürünlerini isleyen, pazarlayan şirketlerin kurulmasına yol göstermek, yardımcı olmak,

f) Bakanlıkça yürütülen iç ve dış kaynaklı entegre ve münferit bitkisel üretim, hayvancılık ve su ürünleri üretim, değerlendirme, pazarlama ve kırsal kalkınma projelerinin il ile ilgili kısımlarını uygulamak, uygulatmak, hibelerin zamanında ve amacına uygun olarak kullanılmasını takip ve kontrol etmek,

g) Kırsal kalkınma desteklerinin gerçekleştirilmesi ve kırsal kalkınma programları ile ilgili Bakanlık uygulamaları yönünde faaliyette bulunmak,

ğ) İlde tarımsal mekanizasyon düzeyinin artması için bu konuda Bakanlıkça belirlenmiş esaslar çerçevesinde faaliyette bulunmak,

h) Tarım ürünlerinin islenip değerlendirmesine, pazarlamasına ve bunun için gerekli tesislerin kurdurulmasına yardımcı olacak çalışmaları yapmak, bu konuda üreticileri ve müteşebbisleri yönlendirmek,

ı) Bakanlıkça yürütülen iç ve dış kaynaklı entegre ve münferit bitkisel üretim, hayvancılık ve su ürünleri üretim, değerlendirme, pazarlama ve kırsal kalkınma projelerinin il ile ilgili kısımlarını uygulamak, uygulatmak, hibelerin zamanında ve amacına uygun olarak kullanılmasını takip ve kontrol etmek,

i) Projeler çerçevesinde köylerde istihdam imkanlarını artırmak amacıyla el sanatlarının geliştirilmesini, yayılmasını ve tanıtılmasını sağlayıcı ve mamullerinin pazarlanmasını kolaylaştırıcı tedbirler almak,

j) Konusu ile ilgili il yayım programlarını hazırlamak, faydalı bilgiler, broşür, el kitabı, gösteri ve benzeri yollarla kendi elemanlarına ve çiftçilere ulaştırmak ve tarım teknolojilerine ait yeni bilgilere çiftçilere yayım yoluyla iletmek,

k) Örnek çiftçi yetiştirmek gayesi ile çiftçi çocukları, kadınlar ve gençleri için eğitim programları ve projeleri uygulamak,

l) Diğer mevzuat ve il müdürü tarafından verilecek benzeri görevler yapmak.

Koordinasyon ve Tarımsal Veriler şube müdürlüğünün görevleri şunlardır:

a) İlde çiftçilerin karşılaştığı problemleri araştırma enstitülerine iletmek, çözümlerin çiftçilere iletilmesini sağlamak, ilde görev yapan personelin hizmet içi eğitimlerini koordine etmek,

b) Tarım teknolojisine ait yeni bilgileri çiftçilere yayım araç ve yöntemleriyle intikal ettirmek,

c) araştırma kuruluşları ile doğrudan merkeze bağlı olan benzeri kuruluş ve merkezlerce işbirliği halinde uygulamaya yönelik deneme ve demonstrasyon programlamak ve yürütmek, sonuçlarına göre çiftçilere tavsiyelerde bulunmak.

ç) İlin tarım ürünlerinin ekiliş, verim ve üretimlerini tahmin çalışmalarını yapmak, tarımla ilgili her türlü istatistik bilgilerinin zamanında toplanmasını ve tarımsal envanterin oluşturulmasını ve yayınlanmasını sağlamak,

d) İlin, yatırım ve bütçe tekliflerini yapmak, onaylanan program ve projelerin dağıtımının planlanması, izlenmesi ve harcamalarını konsolide ederek ilgili birime

göndermek,

e) Bakanlığının orta ve uzun vadeli strateji politikaları çerçevesinde çalışmalarını yürütmek ve koordine etmek,

f) Bakanlığın bilişim teknolojileri politikaları, ilke ve hedefleri doğrultusunda; il müdürlüğü görev konularına ait ilde üretilen tüm bilgilere ilişkin tarımsal veri tabanı oluşturmak, istatistik ve dokum çalışması yapmak, tarımsal veri tabanındaki bilgileri Bakanlık merkez birimleri ile hızlı ve sağlıklı bir şekilde paylaşmak, bu münasebetle il müdürlüğü bilişim Teknolojileri Birimi'ni kurmak, İstatistik Veri Ağı (İVA), çiftlik Muhasebe Veri Ağı (ÇMVA) ve diğer istatistik projeleri kapsamında veri ve bilgilerin zamanında toplanmasını ve değerlendirilmesini sağlamak,

g) Ürünler, riskler bölgeler ve işletme ölçekleri itibariyle sağlanacak prim desteğine ilişkin çalışmalar yapmak,

ğ) Tarım sigortaları ile ilgili çalışmaları yürütmek,

h) Hasar tazminat ödemeleri ile ilgili çalışmaları yürütmek,

ı) Afete uğrayan ve durumları 20/6/1977 tarihli ve 2090 sayılı Tabii Afetlerden Zarar gören çiftçilere Yapılacak Yardımlar Hakkında Kanun çerçevesinde değerlendirilecek kredi verilen çiftçilerin kredi dönüşlerini takip etmek,

i) 2/7/1941 tarihli ve 4081 sayılı çiftçi Mallarının Korunması Hakkındaki Kanunun uygulanmasını sağlamak

j) Küresel iklim değişiklikleri, kuraklık, çölleşme ile ilgili çalışmalar yapmak ve yaptırmak,

k) Entegre İdare ve Kontrol Sistemi ve Coğrafi Bilgi Sistemine (CBS) dayalı çalışmaları yürütmek

l) Diğer mevzuat ve il müdürü tarafından verilecek benzeri görevler yapmak.

İdari ve Mali İşler Şubesi müdürlüğünün görevleri şunlardır:

a) 10/12/2003 tarihli ve 5018 sayılı Kamu Mali yönetimi ve Kontrol Kanunu hükümleri çerçevesinde kiralama, satın alma ve benzeri işleri yapmak, temizlik, güvenlik,

aydınlatma, ısınma, bakım, onarım, taşıma ve benzeri hizmetleri yapmak/yaptırmak, b) İl müdürlüğüne ait mevcut binalarının bakım, onarımları ile ihtiyaç duyulan bina ve arazilerin kiralama, satın alma, kamulaştırma gibi işlemlerini yürütmek, 9/11/1983 tarihli ve 2946 sayılı Kamu Konutları Kanunu ve 23/9/1984 tarihli ve 18524 sayılı Resmi Gazetede yayımlanan Kamu Konutları Yönetmeliği hükümleri çerçevesinde tahsis komisyonu oluşturmak, puanlama tahsis ve benzeri işlemleri yürütmek,

c) İl müdürlüğüne ait taşınır ve taşınmazlarına ilişkin işlemleri ilgili mevzuat çerçevesinde yürütmek. Demirbaş ve tüketim malzemelerinin devir, teslim ve benzeri işlemlerini yapmak,

ç) İl müdürlüğünün genel evrak ve arşiv faaliyetlerini düzenlemek ve yürütmek, il teşkilatının personel web sitesini oluşturmak, il teşkilatının görevleriyle ilgili is ve işlemleri bilgisayar ortamında yapmak ve güncellemeleri takip etmek, Yönetim Bilgi Sistemine ilişkin hizmet ve çalışmaları yapmak,

d) İl müdürlüğü personelinin daha etkin ve verimli hizmet yapabilmesi için hizmetimi

- eğitim programları düzenlemek ve il müdürlüğüne ve Bakanlığımız kuruluşlarına aday olarak açıktan ataması yapılan personelin kuruluşlarla koordinasyonu sağlayarak aday memurların eğitimini yapmak, sonuçlarını Personel Genel müdürlüğüne bildirmek,
- e) İl müdürlüğünün ihtiyaç duyduğu araç, makine, alet ve benzeri araçlar ile bunların yedek parçalarının alımı, dağıtımı, transferini yapmak ve ikmal sistemini oluşturmak, 5/1/1961 tarihli ve 237 sayılı Taşıt Kanunu ve Taşıt Yönetmeliği çerçevesinde taşıtlar ile ilgili tüm hizmetleri yürütmek,
- f) İl müdürlüğünde iç kontrol sisteminin kurulması ve isletilmesi ile ilgili çalışmaları yapmak ve koordinasyonu sağlamak,
- g) İl müdürlüğü personelinin atama, yer değiştirme, terfi, özlük ve mali hakları ile ilgili tüm iş ve işlemleri yapmak,
- ğ) Sivil savunma, seferberlik hizmetleri, yangından korunma vb konularda mevzuatına uygun faaliyette bulunmak,
- h) Bilgi işlem sisteminin kurulması ve sağlıklı çalışmasını temin etmek,
- ı) İldeki yayın malzemeleri ile ilgili hizmetleri yürütmek,
- i) Diğer mevzuat ve İl müdürü tarafından verilecek benzeri görevleri yapmak.

İlçe Müdürlüğü Teşkilatı

Bakanlık ilçe müdürlüğünün görevleri şunlardır:

- a) İlçenin kalkınması, çiftçilerin gelir ve hayat seviyelerinin yükselmesi için hizmet ve görev alanına giren konularda program ve projelerin hazırlanması için gerekli bilgileri toplamak ve teklifte bulunmak,
- b) Program ve projelerin ilçeyi ilgilendiren bölümlerini uygulamak ve sonuçlarını değerlendirmek,
- c) Çiftçinin eğitimi için yayım programları hazırlamak ve uygulamasını sağlamak,
- ç) Üst kuruluşlarca hazırlanıp kendilerine intikal ettirilmiş olan örnek çiftlik geliştirme planlarına göre işletme kurulmasına yardımcı olmak,
- d) İlçenin tarım, hayvancılık ve su ürünleri ile ilgili her türlü tarım girdileri ve kredi ihtiyaçlarını tespit ederek il müdürlüğüne bildirmek, temininde yardımcı olmak, dağıtımlarını yapmak,
- e) İlçede bitki ve hayvan sağlığını korumak amacıyla mevzuatında belirtildiği şekilde hastalık ve zararlılarla mücadeleyi sağlamak,
- f) İlçenin tarımla ilgili istatistiklerini üst kuruluşlarca verilen formlara uygun olarak zamanında derlemek ve ilgili yerlere intikal ettirmek,
- g) İlçenin program ve projelere dayalı yıllık bütçe teklifini hazırlayarak zamanında il müdürlüğüne göndermek,
- ğ) Toprak analiz sonuçlarına dayalı gübre kullanımını sağlamak için eğitim çalışmaları yapmak,
- h) Verilen yetki çerçevesinde ilçede denetim faaliyetlerini yürütmek,

- ı) Her türlü hayvan ıslah faaliyetini yürütmek, Bakanlık tarafından uygulamaya konulan kayıt sistemlerine veri girişlerini yapmak ve veri kaydına dayalı destekleme işlemlerini uygulamak,
- i) Kayıt sistemleri veri giriş işlemleri ve sistemlere bağlı destekleme uygulamalarını il müdürlüğü ile koordineli olarak yürütmek,
- j) Yukarıda sayılanlar dışında, mevzuat ile verilen diğer görevler ile kaymakam ve il müdürü tarafından verilecek benzeri görevleri yapmak.

Yöneticilerin sorumlulukları

Bakanlık taşra teşkilatının her kademedeki yöneticileri, görevlerini mevzuata, stratejik plan ve programlara, performans ölçütlerine ve hizmet kalite standartlarına uygun olarak yürütmekten üst kademelere karşı sorumludur.

Belirtilen görev ve hizmetlerin yapılması bakımından ilçe müdürü kaymakama, il müdürüne, bağlı kuruluş müdürleri bağlılıkları Bakanlık Makamı onayı ile belirlenmiş merkez teşkilatı genel müdürüne karşı sorumludur. Söz konusu müdürlükler personeli ise, bağlı olduğu birim amirine ve müdüre karşı sorumludur.

Program ve projeler

- (1) Bakanlık taşra teşkilatının çalışmaları, zorunlu haller dışında, hizmet ve görevlerin zaman ve kaynak israfına sebep olmadan sonuçlandırılmasını hedef alan, önceden hazırlanmış ve yetkili mercilerce onaylanmış program ve projelere dayalı olacaktır.
- (2) Program ve projeler, esas itibariyle kalkınma planları ve yıllık programları ile Hükümetin genel politikası çerçevesinde Bakanlık tarafından hazırlanır.
- (3) Program ve projelerin tetkik ve tasdiki yürürlükteki mevzuata göre yapılır.
- (4) Bakanlıkça önceden tespit edilen ilke ve esaslar çerçevesinde hazırlanan illerin yıllık yatırım ve bütçe teklifleri valiliklerce ilgili birimlere gönderilir. İlgili birimler gerekli değerlendirmeyi yaptıktan sonra Strateji Geliştirme Başkanlığına intikal ettirir. Usulüne uygun olarak onaylanan program ve projeler Bakanlıkça valiliklere gönderilir. Valilikler bu program ve projelerin esasını değiştirmeden ilin özellik ve ihtiyaçlarına göre iş ve uygulama programlarını hazırlar ve suretlerini bilgi için ilgili birime ve Bakanlık Strateji Geliştirme Başkanlığına gönderir.
- (5) İl ve ilçe seviyesinde mahalli imkânlarla gerçekleştirilebilecek plan, program ve projeler hazırlanabilir.

Çalışma esasları ve personel

- (1) taşra teşkilatının çalışma usul ve esaslarına dair diğer hususlar Bakanlıkça çıkarılacak yetki devri ve iş bolumu talimatı ile düzenlenir.
- (2) Personelin ödül, ceza, tayin, terfi, görevlendirme ve izin gibi hususlar, ilgili mevzuatı çerçevesinde yürütülür.

İller arası ilişkiler

İl sınırlarını tasan hizmet ve faaliyetler veya birden fazla ile hitabeden araştırma, eğitim, üretim, denetim, yatırım ve benzeri faaliyetler Bakanlıkça düzenlenir.

Bakanlıkla yazışmalar

Yazışmalar, Bakan tarafından verilecek yetki devri esasları dahilinde imzalanır.

Araştırma program ve projeleri

Tarım ve tarıma dayalı endüstri, hayvancılık, su ürünleri ve benzeri alanlardaki araştırma program ve projeleri Bakanlık il ve ilçe müdürlükleri ile istişare edilerek araştırma enstitü ve istasyonları tarafından hazırlanır. Gerekli hallerde bu kuruluşlara Bakanlıkça özel araştırma görevi verilebilir.

GIDA, TARIM VE HAYVANCILIK BAKANLIĞI MERKEZ VE TAŞRA TEŞKLATİ İMZA YETKİLERİ VE YETKİ DEVRİ

Bakanlıkça yürütülen hizmetlerin yerine getirilmesi ile ilgili ilkeler aşağıda belirtilmiştir;

a) Bakanlığın bütün hizmetleri ve işlemlerinde, en son karar verme yetkisi Bakanlığa ait olmakla birlikte ilgili yöneticilere, bu Yönergede belirtilen esaslar ve sınırlar içerisinde yetki devri yapılmıştır.

b) Yetkiler; Bakanın belirlediği politika doğrultusunda, hizmete ait faaliyetlerin hızlandırılması ve her kademedeki Bakanlık birimlerinde verimli çalışma ortamının gerçekleştirilmesine imkan verecek şekilde kullanılır.

Bakanlık taşra kuruluşları müdürleri

Bakanlık hizmetlerinin yürütülmesi ile ilgili olarak, il müdürleri, ilçe müdürleri ve kuruluş müdürleri tarafından imzalanacak yazılar aşağıda belirtilmiştir.

a) Döner sermaye işletmelerinde; 4734 sayılı Kamu ihale Kanunu ve 4735 sayılı Kamu ihaleleri Sözleşme Kanunu hükümlerine göre mal ve hizmet alım ile yapım işleri, 15/6/1984 tarihli ve 84/8213 sayılı BKK ile yürürlüğe giren Döner Sermayeli Kuruluşlar ihale Yönetmeliği hükümlerine göre yapılacak satış işlemi ile ilgili ihaleler ile protokol ve sözleşmeleri.

b) Bakanlığımız genel bütçe ve döner sermaye işletmelerinde kayıtlı hurdaya ayrılmasına veya imhasına karar verilen taşınırlardan genel bütçe için kayıtlı değeri Maliye Bakanlığınca belirlenecek tutar, döner sermaye işletmeleri için Maliye Bakanlığınca belirlenecek tutarın altı katına kadar (altı katı dahil) olan canlı ve cansız taşınırların (taşıtlar hariç) terkin Olur'lar.

c) Bakanlığımız genel bütçe ve döner sermaye işletmelerinde stoklarda bulunan varlıklardan taşınır kayıt ve kontrol yetkilisinin kusuru olmadan meydana gelen zayıat, normal fire üstündeki noksanlıklar ile kısmen veya tamamen değer kaybına uğrayanlardan

genel bütçe için kayıtlı değeri Maliye Bakanlığınca belirlenecek tutar, döner sermaye işletmeleri için Maliye Bakanlığınca belirlenecek tutarın on katına kadar olan (on katı dahil) stokların terkin Olur'lar.

ç) Bakanlığımız genel bütçe defterine kayıtlı ve bedeli Maliye Bakanlığınca belirlenen tutar limitinde olan canlı ve cansız taşınırıların (taşıtlar hariç) tahsis, devir, terkin ve imha Olur'lar.



GÖREV ALANLARI VE ATAMA YAPILACAK GÖREVİN NİTELİĞİNE İLİŞKİN KONULAR

2. BÖLÜM

- TEMEL MATEMATİK
- LİNEER CEBİR

TEMEL MATEMATİK

ARDIŞIK SAYILAR VE SONLU TOPLAMLARI:

I. Ardışık Sayılar:

Belirli bir kurala göre art arda gelen sayılara **ardışık sayılar** denir.

n bir tamsayı olmak üzere,

Ardışık tamsayılar: ..., n , $n + 1$, ...

Ardışık tek sayılar: ..., $2n - 1$, $2n + 1$, ...

Ardışık çift sayılar: ..., $2n$, $2n + 2$, ...

7 ile bölünebilen ardışık çift sayılar: ..., $14n$, $14n + 14$, ...

5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren ardışık tamsayılar: ..., $5n + 2$, $5n + 7$, ...

Ayrıca, ardışık terimleri arasındaki fark sabit olmayan ardışık sayı dizileri de olabilir.

Örneğin, genel terimi n^2 olan ardışık tamsayılar:

$0, 1, 4, 9, \dots, n^2, (n + 1)^2, \dots$

- ⊗ Ardışık terimleri arasındaki fark sabit olan sayı dizilerine **aritmetik dizi**, aritmetik dizinin ardışık terimleri arasındaki farka **ortak fark** denir.

II. Aritmetik Dizilerin Sonlu Toplamları:

İlk (birinci) terim a_1 , son (n inci) terim a_n , artma ya da azalma miktarı (ortak fark) d olmak üzere,

⊗ Terim sayısı : $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$

⊗ $a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
 $= \frac{(a_1 + a_n)(a_n - a_1 + d)}{2d}$

- ⊗ n terim sayısı olmak üzere,
Ardışık tamsayıların toplamı:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

Ardışık çift sayıların toplamı:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

Ardışık tek sayıların toplamı:

$$1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = n^2 \text{ dir.}$$

- ⊗ Sonlu bir aritmetik sayı dizisinin terimlerinin aritmetik ortalaması ortadaki terime eşittir.

$$\frac{7 + 12 + 17 + 22 + 27}{5} = 17 \text{ (ortadaki terim 17)}$$

- ⊗ Bir aritmetik dizinin herhangi bir terimi, kendisinden eşit uzaklıktaki iki terimin aritmetik ortalamasına eşittir.

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2} \text{ dir.}$$

Örneğin; Toplamları 209 olan on bir tane ardışık tek sayıdan en büyük olanı ile en küçük olanının toplamı,

$$x_{0.1} = \frac{209}{11} = \frac{x_1 + x_{11}}{2} \Rightarrow x_1 + x_{11} = 38 \text{ dir.}$$

ASAL SAYILAR

1 den ve kendisinden başka pozitif tamsayı böleni (veya çarpanı) olmayan 1 den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, ... sayıları birer asal sayıdır.

- ⊗ 2 den başka çift olan asal sayı yoktur.

- ⊗ 1 den büyük her doğal sayının en az bir tane asal sayı böleni vardır.

- ⊗ 1 den büyük bir n doğal sayısı, $\sqrt{n}$ den büyük olmayan hiçbir asal sayı ile bölünmüyorsa n asal sayıdır.

Örneğin; 127 sayısının asal sayı olup olmadığını anlamak için, $\sqrt{127} = 11, \dots$ olduğundan, 127 sayısının 2, 3, 5, 7, 11 asal sayılarına bölünüp-bölünmediğini kontrol etmek gerekir. 127 sayısı, bu asal sayıların hiçbirine bölünmediği için asal sayıdır.

Aralarında Asal Sayılar:

1 den başka pozitif ortak böleni (çarpanı) olmayan iki veya daha fazla pozitif tamsayıya aralarında asal sayılar denir.

5 ile 7; 4 ile 15; 4, 7 ve 12; 9, 6 ve 10 aralarında asal sayılardır.

• İki veya daha fazla pozitif tamsayının aralarında asal olması için, bu sayıların asal sayı olması gerekmez. Hiçbirisi de asal olmayabilir. 4, 9 ve 15 sayıları aralarında asal üç sayıdır.

• 1 ile bütün pozitif tamsayılar aralarında asaldır.

• Ardışık olan pozitif tamsayılar daima aralarında asaldır.

• m ile n aralarında asal iki pozitif tamsayı ise,

$(m + n)$ ile $(m.n)$ de aralarında asal,

aynı şekilde $(m + n)$ ile $(m.n)$ aralarında asal ve m ile n pozitif tamsayı ise m ile n de aralarında asaldır.

• x ile y ve a ile b aralarında asal sayılar olmak üzere,

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} \Rightarrow (x = a \text{ ve } y = b) \text{ dir.}$$

FAKTÖRİYEL:

1 den n ye kadar olan sayma sayılarının çarpımına n faktöriyel denir ve $n!$ şeklinde gösterilir.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n \text{ dir.}$$

$$2! = 1 \cdot 2, \quad 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7 \cdot 6! = 7 \cdot 6 \cdot 5!$$

• $0! = 1$ ve $1! = 1$ dir.

• $n! = n \cdot (n-1)! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2)! = \dots$

RAKAM:

Sayıları ifade etmeye yarayan sembollere **rakam** denir.

Onluk sayma sisteminde kullanılan rakamlar : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dur.

SAYI:

Bir çokluk belirtmek için, rakamların belirli kurallara göre bir araya getirilmesiyle oluşturulan ifadeye **sayı** denir.

$$-10, 0, \frac{2}{3}, -\frac{4}{3}, \sqrt{7}, 10^{26}, 10^{-7}, 2,9, e, \pi, \dots$$

ifadeleri birer sayıdır.

SAYI KÜMELERİ

I. Doğal Sayılar

Kümelerin eleman sayılarını belirten sayılara **doğal sayı** denir. Doğal sayılar kümesi $(\mathbb{N})$,

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, n+1, \dots\} \text{ dir.}$$

• En küçük doğal sayı 0 (sıfır) dir.

II. Sayma Sayıları

Varlıkları saymaya yarayan, sıfırın dışındaki doğal sayılara **sayma sayıları** ya da **pozitif doğal sayılar** denir.

Sayma sayıları kümesi $(\mathbb{N}^+)$,

$$\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots, n, n+1, \dots\} = \mathbb{N} - \{0\} \text{ dir.}$$

III. Tamsayılar

Yer şekillerinin yükseklikleri ifade edilirken deniz seviyesinin yüksekliği 0(sıfır) kabul edilip, yükseklikler pozitif (+), derinlikler de negatif (-) sayılarla belirtilir.

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ pozitif tamsayılar kümesi,

$\mathbb{Z}^- = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1\}$ negatif tamsayılar kümesi,

Pozitif tamsayılar, negatif tamsayılar ve 0(sıfır) ın oluşturduğu kümeye **tamsayılar kümesi** denir.

• $\mathbb{Z} = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ dir.

• $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$ ve $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}^+$ dir.

• 0 (sıfır) pozitif tamsayı ya da negatif tamsayı değildir. Sıfırın işareti yoktur.

Kural

• Toplamları sabit olan iki sayı arasındaki farkın mutlak değeri azaldıkça (sayı doğrusunda aralarındaki mesafe azaldıkça) bu iki sayının çarpımının mutlak değeri artar.

• Çarpımları sabit olan iki sayı arasındaki farkın mutlak değeri arttıkça bu iki sayının toplamının mutlak değeri artar.

IV. Rasyonel Sayılar:

a ve b birer tamsayı ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir. Rasyonel sayılar kümesi $\mathbb{Q}$ ile gösterilir.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\} \text{ dir.}$$

$$-\frac{3}{4}, -\frac{5}{2}, \frac{1}{7}, \frac{3}{2}, -3, 0, 1, 2, \dots$$

sayıları birer rasyonel sayıdır.

V. İrrasyonel Sayılar:

Virgülden sonraki kısmı bilinmeyen veya $a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılara

irrasyonel (rasyonel olmayan) sayılar denir.

İrrasyonel sayılar kümesi $\mathbb{Q}'$ ile gösterilir.

$$\mathbb{Q}' = \left\{ x : x \neq \frac{a}{b} ; a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\} \text{ dir.}$$

$$-\sqrt{3}, \sqrt[3]{-5}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \dots, e, \pi, \dots$$

sayıları birer irrasyonel sayıdır.

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \{ \} \text{ dir.}$$

VI. Reel (Gerçel - Gerçek) Sayılar:

Sayı doğrusundaki bütün sayılarla bire bir eşlenebilen sayıların oluşturduğu kümeye **reel sayılar** kümesi denir ve $\mathbb{R}$ ile gösterilir.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

$$\mathbb{N}^+ = \mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \text{ ve } \mathbb{Q}' \subset \mathbb{R} \text{ dir.}$$

TEK VE ÇİFT SAYILAR:

2 ile tam bölünebilen tamsayılara **çift sayılar**,

2 ile tam bölünemeyen tamsayılara da **tek sayılar** denir.

n bir tamsayı olmak üzere, genel olarak çift sayılar $(2n)$, tek sayılar da $(2n - 1)$ ifadeleriyle belirtilir.

$$\mathbb{Z}_C = \{ \dots, -2n, \dots, -2, 0, 2, \dots, 2n, \dots \} = \{ 2n : n \in \mathbb{Z} \}$$

kümesi **çift sayılar kümesidir**.

$$\mathbb{Z}_T = \{ \dots, -2n + 1, \dots, -1, 1, \dots, 2n - 1, \dots \}$$

$$\mathbb{Z}_T = \{ 2n - 1 : n \in \mathbb{Z} \}$$

kümesi **tek sayılar kümesidir**.

Benzer şekilde,

$$\mathbb{N}_C = \{ 0, 2, 4, \dots, 2n, \dots \} = \{ 2n : n \in \mathbb{N} \}$$

kümesi **çift doğal sayılar kümesidir**,

$$\mathbb{N}_T = \{ 1, 3, 5, \dots, 2n + 1, \dots \} = \{ 2n + 1 : n \in \mathbb{N} \}$$

kümesi **tek doğal sayılar kümesidir**.

T bir tek sayıyı ve Ç bir çift sayıyı göstermek üzere, toplama-çıkarma ($\pm$) ve çarpma ($\times$) işlemlerinin sonucu, işlem tablosu ile

$\pm$	T	Ç
T	Ç	T
Ç	T	Ç

$\times$	T	Ç
T	T	Ç
Ç	Ç	Ç

biçiminde gösterilebilir.

- Ardışık iki tamsayının çarpımı çifttir.
 $n \in \mathbb{Z}$ ise $n(n - 1)$ ve $n(n + 1)$ çift sayıdır.
- İki veya daha fazla tamsayının çarpımı tek sayı ise bütün çarpanlar tek sayı, bu çarpım çift sayı ise çarpanlardan en az birisi çift sayıdır.
- Bir tek sayının bütün doğal sayı kuvvetleri tek sayı, bir çift sayının bütün pozitif tamsayı kuvvetleri çift sayıdır.

- Tek ve çift sayılar arasındaki işlemlerde bir üslü sayının pozitif tamsayı kuvveti 1, negatif tamsayı kuvveti -1 yapılarak sonucun tek ya da çift olup olmadığı kontrol edilebilir.

Örneğin; 3^{100} ve 3^{99} yerine 3^1 ,

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-10} \text{ ve } \left(\frac{1}{2}\right)^{-9} \text{ yerine } \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ alınarak}$$

sonuçlarının tek ya da çift olması durumları kontrol edilir.

- ± 1 dışındaki bir tamsayının negatif tamsayı kuvvetleri tamsayı olamaz.

$$x \in \mathbb{Z} - \{-1, 1\} \text{ ve } n \in \mathbb{Z}^- \text{ ise } x^n \notin \mathbb{Z} \text{ dir.}$$

POZİTİF VE NEGATİF SAYILAR:

Sıfırdan büyük reel sayılara **pozitif reel sayılar**, sıfırdan küçük reel sayılara **negatif reel sayılar** denir. Pozitif reel sayılar kümesi $\mathbb{R}^+$, negatif reel sayılar kümesi de $\mathbb{R}^-$ ile gösterilir.

- Aynı işaretli iki sayının toplamı, bu sayıların işareti ile aynı işaretlidir.
- Ters işaretli iki sayının toplamı, bu iki sayıdan mutlak değeri büyük olan ile aynı işaretlidir.

- Bir sayıdan; kendisinden küçük bir sayı çıkarılırsa sonuç (fark) pozitif, kendisinden büyük bir sayı çıkarılırsa sonuç (fark) negatiftir. Buna göre, a ile b nin işaretine bakılmaksızın,

$$a > b \Leftrightarrow a - b > 0, \quad a < b \Leftrightarrow a - b < 0 \text{ dir.}$$

- Aynı işaretli iki sayının çarpımı (veya bölümü) pozitif, ters işaretli iki sayının çarpımı (veya bölümü) negatiftir.

BASAMAK VE TABAN:

Bir doğal sayının rakamlarının her birinin bulunduğu yere **basamak**, rakamların bulundukları basamaklara göre aldığı değere **basamak değeri**, her bir rakamın kaç birlikten meydana geldiğini gösteren değere de bu rakamın **sayı değeri** denir.

Sayının tanımlandığı sayma sistemine **taban** adı verilir. Varlıklar onarlı gruplandırılarak sayılıyorsa taban 10, beşerli gruplandırılarak sayılıyorsa taban 5, ikişerli gruplandırılarak sayılıyorsa taban 2 dir.

Basamaklar sağdan sola doğru büyür ve her basamak sağındakinin taban ile çarpımına veya solundakinin taban ile bölümüne eşittir.

Onluk sayma sisteminde 4085 sayısının rakamlarının basamak ve sayı değerleri,

(4 0 8 5) Basamak değeri	Sayı değeri
$5 \times 1 = 5$	$5 \times 1 = 5$
$8 \times 10 = 80$	$8 \times 1 = 8$
$0 \times 100 = 0$	$0 \times 1 = 0$
$4 \times 1000 = 4000$	$4 \times 1 = 4$

ÇÖZÜMLEME:

Bir sayının rakamlarının basamak değerleri toplamı şeklinde yazılmasına bu sayının **çözümlemesi** denir.

- 10 tabanındaki (onluk sayma sistemindeki) sayılar taban belirtilmeden de yazılabilir.

Örneğin, $(2002)_{10}$ sayısı 2002 şeklinde yazılır.

- ab , abc ve $abcd$ sırasıyla 10 tabanında iki, üç ve dört basamaklı sayılardır.

$$ab = 10.a + b,$$

$$abc = 100.a + 10.b + c,$$

$$abcd = 1000.a + 100.b + 10.c + d \text{ ve}$$

sayının rakamlarının farklı olması şartı yoksa herhangi bir rakam diğer birine ya da bütün rakamlar birbirine eşit olabilir.

- İki basamaklı bir doğal sayının rakamlarının yerleri değiştirildiğinde sayının değeri, rakamları farkının 9 katı kadar artar veya azalır.

$$ab - ba = 9.(a - b),$$

$$abc - acb = 9.(b - c) \text{ dir.}$$

- İki basamaklı ab doğal sayısı, rakamlarının sayı değerleri toplamının x katına eşit ise ba doğal sayısı, rakamlarının sayı değerleri toplamının $(11 - x)$ katına eşit olur.

$$ab + ba = 11.(a + b)$$

$$ab = x.(a + b) \text{ ve } ba = y.(a + b) \text{ ise } x + y = 11 \text{ dir.}$$

- Birler basamağındaki rakamı ile yüzler basamağındaki rakamının yerleri değiştirilen bir sayının değeri, 99 un katları kadar artar veya azalır.

$$abc - cba = 99.(a - c) \text{ ve}$$

$$abc - cba = xyz \text{ ise } y = x + z = 9 \text{ dur.}$$

- Bir sayının rakamlarındaki değişikliklerde, rakamların basamak değerleri göz önüne alınmalıdır. Örneğin, bir sayının onlar basamağındaki rakam 3 artırılır, yüzler basamağındaki rakam 5 azaltılırsa, $+ 3.10 - 5.100 = - 470$ olduğundan, bu sayının değeri 470 azalır.

$a \geq 2$ ve a sayı tabanını göstermek üzere, a tabanındaki bir sayı yazılırken kullanılacak rakamlar a tane olup, $0, 1, 2, 3, \dots, a - 1$ dir.

2 lik sayma sistemindeki rakamlar: $0, 1$

5 lik sayma sistemindeki rakamlar: $0, 1, 2, 3, 4$

12 lik sayma sistemindeki rakamlar: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B$ ve burada A rakamının sayı değeri 10, B rakamının sayı değeri 11 dir.

n tabanındaki beş basamaklı $(abcde)_n$ sayısının basamakları ve çözümlenmiş şekli,

$$(a b c d e)_n = a.n^4 + b.n^3 + c.n^2 + d.n^1 + e.n^0$$

$\begin{array}{c} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 0 \end{array}$

$\begin{array}{l} \rightarrow n^0 \text{ ler (birler) basamağı} \\ \rightarrow n^1 \text{ ler basamağı} \\ \rightarrow n^2 \text{ ler basamağı} \\ \rightarrow n^3 \text{ ler basamağı} \\ \rightarrow n^4 \text{ ler basamağı} \end{array}$

I. Herhangi Bir Tabandaki Sayının 10 Tabanında Yazılması:

Herhangi bir tabandaki bir sayı, çözümlenmek suretiyle (basamak değerlerinin toplamı şeklinde yazılarak) 10 tabanındaki eşiti bulunur.

Tek ve Çift Sayılar:

Herhangi bir tabandaki bir sayı çözümlenerek tek veya çift olduğu bulunur.

Buradan şu iki sonuç çıkarılabilir.

1. Tabanı çift sayı olan bir sayının birler basamağındaki rakam tek ise bu sayı da tek, birler basamağındaki rakam çift ise bu sayı da çifttir.

$(354)_{10}$, $(112)_4$, $(3014)_8$ sayıları çift,

$(807)_{10}$, $(213)_4$, $(405)_8$ sayıları tek sayıdır.

2. Tabanı tek sayı olan bir sayının rakamlarının sayı değerlerinin toplamı tek sayı (veya tek sayı olan rakamlarının adedi tek) ise bu sayı da tek, bu toplam çift sayı (veya tek sayı olan rakamlarının adedi çift) ise bu sayı da çifttir.

$1 + 3 + 5 + 4 = 13$ (tek sayı) veya (tek sayı olan rakamları üç tane) olduğundan,

$(1354)_7$ sayısı tek sayı,

$1 + 0 + 6 + 3 = 10$ (çift sayı) veya (tek sayı olan rakamları iki tane) olduğundan,

$(1063)_7$ sayısı çift sayıdır.

II. 10 Tabanındaki Bir Sayının Herhangi Bir Tabanda Yazılması:

10 tabanında verilen sayı istenen tabana bölünür. Elde edilen bölüm tekrar tabana bölünür. Bu işlem elde edilen bölüm 0 oluncaya kadar tekrarlanır. Bundan sonra ilk elde edilen kalan istenen sayının en sağındaki (birler basamağındaki) rakam olmak üzere, sondan başa doğru elde edilen bütün kalanlar sırasıyla istenilen tabandaki sayının rakamlarını meydana getirirler.

III. Herhangi Bir Tabandaki Sayının Başka Bir Tabanda Yazılması:

Herhangi bir tabandaki sayı önce 10 tabanına çevrilir. Bundan sonra istenen tabana çevrilir.

IV. a Tabanındaki Bir Sayının a^n Tabanında

Yazılması:

a tabanında verilen sayının rakamları sağdan sola doğru n - li gruplara ayrıldıktan sonra en soldaki gruptan başlayarak sırasıyla çözümleme yapılır. Çözümleme yapılarak elde edilen sayılar aynı sırada, yani soldan sağa doğru, a^n tabanında yazılacak olan sayının rakamlarını meydana getirir.

A, B, x ve k birer tamsayı, $x \neq 0$ ve $k \geq 0$ olmak üzere, A sayısının x ile bölünmesinde bölüm B, kalan da k ise,

$$\begin{array}{r} A : \text{Bölünen} \\ x : \text{Bölen} \\ B : \text{Bölüm} \\ k : \text{Kalan} \end{array} \quad \begin{array}{r} A \mid x \\ B \\ \hline k \end{array}$$

şeklinde bölme işlemi yapılır.

Bu bölme işlemine göre:

1. $A = B \cdot x + k$ (Bölme özdeşliği)
2. $0 \leq k < x$ (Kalan özelliği)
3. $k = 0$ ise A sayısı x ile kalansız bölünüyordur. (Tam Bölünebilme)
4. $k < B$ ise bölen (x) ile bölüm (B) yer değiştirildiğinde kalan değişmez.

- Bölme işleminde $k = 0$ (A sayısı x ile tam bölünüyorsa) ise x ve B, A sayısının birer tamsayı bölenidir.
- 1 sayısı, her tamsayının bölenidir.
- 0 sayısı, hiçbir sayıyı bölmez. (0, hiçbir sayının böleni değildir.)
- 0 ile bölmek tanımsızdır.
- 0 sayısı, kendisi hariç bütün tamsayılara bölünür ve bölüm sıfırdır. 0 sayısı, bütün sayıların tam katı (0 katı) dır.

Bölen ile Kalan Arasındaki Bağlılıklar

M ve N tamsayılarının x tamsayısına bölünmesinden elde edilen kalanlar sırasıyla m ve n olsun.

1. $(M \cdot N)$ nin x ile bölünmesinde kalan $(m \cdot n)$,
2. N^a nın x ile bölünmesinde kalan n^a , $a \in \mathbb{Z}^+$
3. $(M \pm N)$ nin x ile bölünmesinde kalan $(m \pm n)$ dir.

Burada; $(m \cdot n)$, n^a ve $(m \pm n)$ değerleri,

x ten küçük değilse, bu değerler x ile tekrar bölünerek kalan bulunur.

BÖLÜNEBİLME KURALLARI

I. 2, 5 ve 10 ile Bölünebilme

Birler basamağı;

2' nin katı olan sayılar (çift sayılar) 2 ile,

5' in katı olan sayılar 5 ile,

0 (sıfır) olan sayılar 10 ile

tam bölünebilirler.

Bir sayının 2' ye ve 5' e bölümünden kalan, bu sayının birler basamağındaki rakamın sırasıyla 2' ye ve 5' e bölümünden kalandır.

Bir sayının 10 ile bölümünden kalan, bu sayının birler basamağındaki rakamdır.

★ Tek sayıların 2 ile bölümünden kalan 1 dir.

II. 3 ve 9 ile Bölünebilme

Rakamlarının sayı değerlerinin toplamı; 3' ün katı olan sayılar 3 ile, 9' un katı olan sayılar 9 ile tam bölünebilir.

★ Bir sayının 3' e ve 9' a bölümünden kalan, bu sayının rakamlarının sayı değerleri toplamının sırasıyla 3' e ve 9' a bölümünden kalandır.

III. 6 ile Bölünebilme

3 ile tam bölünebilen çift sayılar 6 ile tam bölünür.

★ Bir sayıdan, bu sayının 3 ile bölümünden kalan (k) çıkarıldığında sonuç çift oluyorsa k sayısı, sonuç tek oluyorsa (k + 3) sayısı bu sayının 6 ile bölümünden kalandır.

IV. 4 ve 8 ile Bölünebilme

Bir A sayısının yüzler, onlar ve birler basamağındaki rakamları sırasıyla x, y, z olmak üzere,

$A = \dots xyz$ sayısının; 4 ile tam bölünebilmesi için iki basamaklı (yz) sayısı 4' ün tam katı, 8 ile tam bölünebilmesi için de üç basamaklı (xyz) sayısı 8' in tam katı olmalıdır.

★ $A = \dots xyz$ sayısının 4' e ve 8' e bölümünden kalan, sırasıyla (yz) sayısının 4 ile, (xyz) sayısının da 8 ile bölümünden kalandır.

Uyarı:

(xyz) sayısında x çift sayı iken (yz) 8' in tam katı olduğunda, x tek sayı iken (yz) 8 ile tam bölünmeyip 4' ün tam katı olduğunda, $A = \dots xyz$ sayısı 8 ile tam bölünür.

● $OKEK(a, b, c) = x$ olmak üzere, bir A tamsayısı a, b ve c ile tam bölünebiliyorsa bu sayıların OKEK i (x) ile de tam bölünür. Örneğin, 4 ve 6 ile tam bölünebilen bir sayı 4 ve 6' nın OKEK i olan 12 ile de tam bölünür.

● Aralarında asal iki sayıdan her birine tam bölünebilen bir sayı, bu iki sayının çarpımına da tam bölünür.

2' ye ve 3' e bölünen sayılar 6' ya,

3' e ve 4' e bölünen sayılar 12' ye,

4' e ve 15' e bölünen sayılar 60' a tam bölünür.

6 ve 15 aralarında asal olmadığından 6' ya ve 15' e bölünebilen sayılar 90 ile bölünmeyebilir. Ancak, 6 ve 15' in OKEK'i olan 30 ile tam bölünür.

V. 11 ile Bölünebilme

Bir sayının birler basamağındaki rakam (+ 1) ile çarpılmak şartıyla, sayının rakamları sağdan sola doğru sırasıyla bir (+ 1) ile, bir (- 1) ile çarpılarak toplanır. Bulunan değer 11' in katı ise bu sayı 11 ile tam bölünür, 11' in katı değilse bu değer 11 ile bölümünden kalan sayının da 11 ile bölümünden kalandır.

Uyarı:

Bir A tamsayısı x ile tam bölünebiliyorsa x' in çarpanlarına (bölenlerine) da tam bölünür. Ancak, bunun tersi her zaman doğru olmayabilir. Örneğin, 24 ile tam bölünebilen bir sayı, 24' ün çarpanları ile yani, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ile de tam bölünür.

Ancak, 4 ve 6 ile tam bölünebilen bir sayı, bu sayıların çarpımı olan $4 \cdot 6 = 24$ ile tam bölünmeyebilir. Örneğin, 12 ve 36 sayıları 4 ve 6 ile tam bölünebildiği halde 24 ile tam bölünemez.

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA

1 den büyük her doğal sayı, tabanları birbirinden farklı **asal sayı** ve üsleri **pozitif tamsayı** olan sayıların çarpımı biçiminde, çarpanların yazılış sırası önemli olmamak üzere, bir tek şekilde yazılabilir. Bu tür yazılışa, verilen doğal sayının **asal çarpanlarına ayrılması** denir.

BİR DOĞAL SAYININ TAMSAYI BÖLENLERİ

$x, y, z, \dots$ birbirinden farklı asal sayılar ve $a, b, c, \dots$ pozitif tamsayılar olmak üzere, A doğal sayısı ($A \geq 2$), $A = x^a \cdot y^b \cdot z^c \cdot \dots$ şeklinde asal çarpanlarına ayrılmış olsun.

1. A doğal sayısının pozitif tamsayı bölenlerinin sayısı (p), $p = (a+1) \cdot (b+1) \cdot (c+1) \cdot \dots$,
2. A sayısının pozitif tamsayı bölenleri kadar da negatif tamsayı böleni olduğundan, A nın bütün tamsayı bölenlerinin sayısı,
 $2p = 2 \cdot (a+1) \cdot (b+1) \cdot (c+1) \cdot \dots$,
3. A sayısının pozitif tamsayı olan bölenlerinin toplamı,

$$t = \frac{1-x^{a+1}}{1-x} \cdot \frac{1-y^{b+1}}{1-y} \cdot \frac{1-z^{c+1}}{1-z} \cdot \dots$$
$$= (1+x+x^2+\dots+x^a) \cdot (1+y+y^2+\dots+y^b) \cdot \dots$$

4. A sayısının tamsayı olan bütün bölenlerinin toplamı 0 (sıfır),
5. A sayısının asal bölenlerinin toplamı,
 $t_a = x + y + z + \dots$,
6. A sayısının asal olmayan tamsayı bölenlerinin toplamı,
 $\bar{t}_a = -(x + y + z + \dots)$,

OBEB (ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ)

İki veya daha fazla doğal sayıdan her birini bölebilen en büyük doğal sayıya bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü (OBEB i) denir.

a, b, c sayılarının OBEB i,

$OBEB(a, b, c) = (a, b, c)_{obeb}$ şeklinde gösterilir.

OKEK (ORTAK KATLARIN EN KÜÇÜĞÜ)

İki veya daha fazla sayıdan her birine bölünebilen (her birinin katı olan) en küçük doğal sayıya bu sayıların ortak katlarının en küçüğü (OKEK i) denir.

a, b, c sayılarının OKEK i,

$OKEK(a, b, c) = (a, b, c)_{okek}$ şeklinde gösterilir.

OBEB ve OKEK'in Bulunması

1. Sayılar asal çarpanlarına ayrılır.
2. Tabanı aynı olan çarpanlardan üsları en küçük olanların çarpımı bu sayıların OBEB i,
3. Bütün (tabanı aynı ya da farklı olan) çarpanlardan her bir tabanın en büyük üslü olanlarının çarpımı bu sayıların OKEK i'dir.

Sonuç:

- $OBEB(x, y) = b$ olmak üzere,
 $x = b \cdot m$ ve $y = b \cdot n$
olacak şekilde aralarında asal en az bir (m, n) tamsayı ikilisi ve
 $OKEK(x, y) = k$ olmak üzere,
 $k = p \cdot x$ ve $k = q \cdot y$
olacak şekilde aralarında asal en az bir (p, q) tamsayı ikilisi vardır.
- İki veya daha fazla sayının OBEB i en çok bu sayıların en küçüğüne, OKEK i en az bu sayıların en büyüğüne eşit olabilir.
- Aralarında asal sayıların OBEB i 1 dir. Dolayısıyla, OBEB i 1 olan sayılar aralarında asaldır şeklinde de aralarında asal olmanın tanımı yapılabilir.

KESİR

$a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ ifadesine kesir, a ya kesrin payı, b ye de kesrin paydası denir.

$|a| < |b|$ ise kesre basit kesir,

$|a| \geq |b|$ ise kesre bileşik kesir denir.

Buna göre, -1 ile $+1$ arasındaki kesirler basit kesir, bu arada olmayan kesirler de bileşik kesirdir.

Örneğin;

$-\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{5}{-6}, 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \dots$ sayıları basit kesir,

$-\frac{7}{4}, -\frac{6}{5}, \frac{3}{-2}, -3, -5, -1$ ve

$1, 2, \frac{3}{2}, \frac{7}{2}, \dots$ sayıları bileşik kesirdir.

• $a \neq 0$ olmak üzere, $\frac{0}{a} = 0$ ve $\frac{a}{0}$ tanımsızdır.

Bileşik Kesrin Tamsayı Kesre Çevrilmesi

$a \geq b > 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ bileşik kesrinin payı (a) paydasına (b) ye bölündüğünde; elde edilen bölüm c , kalan d ise, $\frac{a}{b} = c \frac{d}{b}$ şeklinde yazılır ve $c \frac{d}{b}$ ye tamsayılı kesir, c ye de kesrin tam kısmı denir.

• Tamsayılı kesir, bileşik kesre:

$$c \frac{d}{b} = \frac{c \cdot b + d}{b} \text{ şeklinde çevrilir.}$$

- Herhangi bir kesrin pay ve paydası sıfırdan farklı aynı bir sayıyla çarpıldığında veya bölündüğünde kesrin değeri (temsil ettiği büyüklük) değişmez.

$$k \neq 0 \text{ ise, } \frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a:k}{b:k} \text{ dir.}$$

- Herhangi bir kesrin pay ve paydasının; sıfırdan farklı bir tamsayı ile çarpılmasına kesrin **genişletilmesi**, bölünmesine ise kesrin **sadeleştirilmesi** denir.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{2 \cdot (-5)}{3 \cdot (-5)} \text{ (genişletme)}$$

$$\frac{-6}{24} = \frac{-6:3}{24:3} = \frac{-6:(-6)}{24:(-6)} \text{ (sadeleştirme)}$$

- $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ kesirleri denk kesirler ise,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \text{ dir.}$$

- Bir kesrin genişletilmesi veya sadeleştirilmesi ile elde edilen bütün kesirler birbirine denktir.

Uyarı:

Pay ve paydası aralarında asal olan bir kesir, kendisine denk olan kesirlerin en sade şekilde olanıdır.

Örneğin, a ve b aralarında asal sayılar ve

$$\frac{a}{b} = \frac{12}{32} \text{ ise, } \frac{a}{b} = \frac{3}{8} \text{ ve } a = 3, b = 8 \text{ dir.}$$

RASYONEL SAYI

Birbirine denk olan kesirlerin temsil ettiği sayıya rasyonel sayı denir. O halde, her kesir bir rasyonel sayıyı gösterir. Rasyonel sayılar kümesi (Q)

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\} \text{ dir.}$$

$\frac{-2}{3}, -\frac{4}{6}, \frac{10}{-15}$ kesirleri denk kesirlerdir ve bu kesirlerin her biri aynı rasyonel sayıyı gösterir.

Bir Rasyonel Sayının Tersi

$a \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{a}{b} \text{ kesrinin toplamsal tersi (toplamaya göre tersi) } -\frac{a}{b},$$

$$\text{çarpımsal tersi (çarpmaya göre tersi) } \left(\frac{a}{b} \right)^{-1} = \frac{b}{a} \text{ dir.}$$

Uyarı

Aksi belirtilmediği sürece, bir sayının tersinden söz edildiğinde bu sayının çarpımsal tersi anlaşılır.

İki Rasyonel Sayı Arasına Sayı Yazma

İki rasyonel sayı arasına sonsuz sayıda sayı yazılabilir. Ancak belli şartlarda sonlu (sınırlı) sayıda kesir yazmak için:

- İki kesrin paydaları eşit değilse, paydaları eşitlenir.
- Gerekirse istenen şartları sağlayacak şekilde kesirler genişletilir veya sadeleştirilir.
- a ve b sayılarının ortasındaki sayı $\frac{a+b}{2}$ dir.

RASYONEL SAYILARDA İŞLEMLER

1. Eşitlik

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a = c \text{ ve } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \text{ dir.}$$

2. Toplama - Çıkarma

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \pm c}{b}, \quad \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$$

(d) (b)

3. Çarpma

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

4. Bölme

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \right)^{-1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \text{ dir.}$$

ONDALIK SAYILAR

Paydası 10 un pozitif tamsayı kuvvetleri şeklinde yazılabilen rasyonel sayılara **ondalık sayılar** denir.

Örneğin;

$$1 \frac{9}{10^2} = 1,09; \quad -\frac{5}{4} = -\frac{5 \cdot 25}{4 \cdot 25} = -\frac{125}{100} = -1,25$$

sayıları birer ondalık sayıdır.

- $\frac{a}{b}$ bir rasyonel sayı olmak üzere, a nın b ye bölünmesiyle elde edilen bölüme bu sayının **ondalık açılımı** denir.

- Her rasyonel sayının ondalık açılımı devirlidir. Her devirli ondalık açılım da bir rasyonel sayı belirtir.

Devirli Ondalık Sayının Rasyonel Şekilde Yazılması

a, b, c, d birer rakam olmak üzere,

$$a,\overline{bcd} = \frac{abcd - ab}{990} = a + \frac{bcd - b}{990} \text{ dir.}$$

$$\frac{(\text{sayının tamamı}) - (\text{devretmeyen kısım})}{\underbrace{99 \dots 900 \dots 0}_{m \text{ tane } n \text{ tane}}}$$

m ve n, sayının virgülden sonraki kısmındaki sırasıyla devreden rakam sayısı ve devretmeyen rakam sayısıdır.

TANIM

Sayı doğrusunda bir sayının belirttiği noktanın başlangıç noktasına (0 in belirttiği noktaya) olan uzaklığına bu sayının mutlak değeri denir. a nın mutlak değeri $|a|$ şeklinde gösterilir.

Buna göre,

$$|a| = \begin{cases} -a, & a < 0 \text{ ise} \\ 0, & a = 0 \text{ ise} \\ a, & a > 0 \text{ ise} \end{cases}$$

dir.

$$\star \forall a \in \mathbb{R} \text{ için, } |-a| = |a| \geq 0 \text{ dir.}$$

$$\text{Örneğin, } |0| = 0, \quad |3| = |-3| = 3 \text{ tür.}$$

Mutlak Değerin Özellikleri

$$1. -|x| \leq x \leq |x|, \quad |x| > x \Leftrightarrow x < 0 \text{ dir.}$$

$$2. |-x| = |x| \geq 0, \quad |x-y| = |y-x| \text{ tir.}$$

$$3. |x \cdot y| = |x| \cdot |y|, \quad \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \quad (y \neq 0) \text{ dir.}$$

$$4. n \in \mathbb{Z} \text{ olmak üzere,}$$

$$|x^n| = |x|^n, \quad |x^{2n}| = |x|^{2n} = x^{2n} \text{ dir.}$$

$$\star n \in \mathbb{Z}^+ \text{ olmak üzere, } \sqrt[n]{x^{2n}} = |x| \text{ tir.}$$

$$\bullet \sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3, \quad \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| \text{ dir.}$$

$$5. ||x| - |y|| \leq |x+y| \leq |x| + |y|$$

(Üçgen Eşitsizliği)

$$6. f(x) = |ax+b| + |cx+d| + |ex+f| + \dots$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer,

$$f\left(-\frac{b}{a}\right), f\left(-\frac{d}{c}\right), f\left(-\frac{f}{e}\right) \dots \text{ değerlerinin en}$$

küçük olanına eşittir.

Mutlak Değerli Denklemler

$$1. |f(x)| = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \text{ dir.}$$

$$\bullet |x-3| = 0 \Rightarrow x-3 = 0 \Rightarrow x = 3,$$

$$\mathcal{C} = \{3\} \text{ tür.}$$

$$2. a \in \mathbb{R}^+ \text{ olmak üzere,}$$

$$|f(x)| = a \Rightarrow (f(x) = a \text{ veya } f(x) = -a) \text{ dir.}$$

$$\bullet |x+1| = 3 \Rightarrow x+1 = 3 \text{ veya } x+1 = -3$$

$$\Rightarrow x_1 = 2 \Rightarrow x_2 = -4$$

olduğundan, $\mathcal{C} = \{-4, 2\}$ dir.

$$\star |kx+m| = a \text{ denkleminin kökler toplamı } -\frac{2m}{k},$$

$$\bullet |4x+10| = 1 \text{ denkleminin kökler toplamı}$$

$$\frac{-2 \cdot 10}{4} = -5,$$

$$\star |kx+m| + |kx+n| = a > |m-n|$$

$$\text{denkleminin kökler toplamı } \frac{m+n}{-k} \text{ dir.}$$

$$\bullet |3x-5| + |3x+11| = 17 \text{ denkleminin kökler}$$

$$\text{toplamı } \frac{-5+11}{-3} = -2 \text{ dir.}$$

$$3. a \in \mathbb{R}^- \text{ ise } |f(x)| = a \text{ denklemini sağlayan}$$

hiçbir reel sayı değeri yoktur. $\mathcal{C} = \emptyset$ dir.

$$|3x-2| + 1 = 0 \Rightarrow |3x-2| = -1$$

$$\Rightarrow \mathcal{C} = \emptyset \text{ dir.}$$

$$4. |f(x)| = |g(x)| \Rightarrow (f(x) = g(x) \text{ veya } f(x) = -g(x)) \text{ tir.}$$

$$|2x-1| = |x+4| \Rightarrow$$

$$2x-1 = x+4 \text{ veya } 2x-1 = -x-4$$

$$\Rightarrow x_1 = 5 \Rightarrow x_2 = -1$$

$$\text{olduğundan, } \mathcal{C} = \{-1, 5\} \text{ tir.}$$

$$\star \text{ Bu tip denklemlerin çözümü, iki tarafın karesi}$$

alınarak da yapılabilir.

Mutlak Değerli Basit Eşitsizlikler

$$1. a \in \mathbb{R}^+ \text{ olmak üzere,}$$

$$|f(x)| < a \Rightarrow -a < f(x) < a \text{ dir.}$$

Örnek:

$$|2x-1| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq 2x-1 \leq 3$$

$$\Rightarrow -1 \leq x \leq 2 \text{ olur.}$$

$$2. a \in \mathbb{R}^- \text{ olmak üzere, } |f(x)| \leq a \Rightarrow \mathcal{C} = \emptyset \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\bullet |3x-2| + 4 \leq 0 \Rightarrow |3x-2| \leq -4$$

$$\Rightarrow \mathcal{C} = \emptyset \text{ dir.}$$

$$\bullet |2x-4| + 1 \leq 1 \Rightarrow |2x-4| \leq 0$$

$$\Rightarrow 2x-4 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ olduğundan}$$

$$\mathcal{C} = \{2\} \text{ dir.}$$

3. $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$|f(x)| > a \Rightarrow (f(x) > a \text{ veya } f(x) < -a) \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\begin{aligned} \left| \frac{x-1}{2} \right| \geq 1 &\Rightarrow \frac{x-1}{2} \geq 1 \text{ veya } \frac{x-1}{2} \leq -1 \\ &\Rightarrow x-1 \geq 2 \quad \Rightarrow x-1 \leq -2 \\ &\Rightarrow x \geq 3 \quad \Rightarrow x \leq -1 \\ C_1 &= [3, \infty) \quad C_2 = (-\infty, -1] \\ \text{olduğundan, } C &= C_1 \cup C_2 = (-\infty, -1] \cup [3, \infty) \end{aligned}$$

★ $a \in \mathbb{R}^-$ | $f(x)$ | $\geq a$ eşitsizliği, x in bütün reel sayı değerleri için sağlanır. $C = \mathbb{R}$ dir.

$$\begin{aligned} |2x+5| + 1 \geq 0 &\Rightarrow |2x+5| \geq -1 \\ \Rightarrow C &= \mathbb{R} \text{ dir.} \end{aligned}$$

4. $a, b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} a < |f(x)| < b &\Rightarrow \\ (-a > f(x) > -b \text{ veya } a < f(x) < b) &\text{ dir.} \end{aligned}$$

5. $|f(x)| < |g(x)| \Rightarrow [f(x)]^2 < [g(x)]^2$ dir.

6. $|f(x)| < g(x) \Rightarrow -g(x) < f(x) < g(x)$ tir.

Burada, $g(x) > 0$ şartı da sağlanmalıdır. Bu şartı sağlamayan değerler çözüm kümesinden çıkarılır.

TANIM

$x \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

n tane x in çarpımı x in n inci kuvveti(üssü) diye adlandırılır ve x^n biçiminde gösterilir ve x üssü **n** şeklinde okunur.

Buna göre, **x in n. kuvveti, n tane x in çarpımına eşittir.**

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{n \text{ tane}} \text{ dir.}$$

Burada, **x e taban, n ye üs** denir.

$$\begin{aligned} x^0 &= 1 \quad (x \neq 0), \quad x^1 = x, \quad x^2 = x \cdot x, \\ x^3 &= x \cdot x \cdot x, \quad x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x, \dots \end{aligned}$$

0 (sıfır) in dışındaki bütün reel sayıların **sıfırıncı kuvveti 1** dir.

$$5^0 = 1, \quad (-3)^0 = 1, \quad \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1,$$

Pozitif bir sayının bütün kuvvetleri pozitif, negatif bir sayının; çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir. Buna göre, bir reel sayının **tek kuvvetleri tabanla aynı işaretlidir**. Bir reel sayının **çift kuvveti de hiçbir zaman negatif** olamaz.

$a \neq 0$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$\star (-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}, \quad (-a)^{2n} = a^{2n} \neq -a^{2n} \text{ dir.}$$

$$\star 1^n = 1, \quad (-1)^{2n} = 1, \quad (-1)^{2n-1} = -1 \text{ dir.}$$

Üslü İfadelerde Üs (Kuvvet) Alma

Bir üslü ifadenin üssü alınırken üsler çarpımı tabana üs olarak yazılır.

$$(x^n)^m = (x^m)^n = x^{m \cdot n} \text{ dir.}$$

Üslü İfadenin Negatif Kuvveti

$x \neq 0$ olmak üzere, $x^{-1} = \frac{1}{x}$ ifadesinin (x in çarpmaya göre tersinin) **n inci kuvvetine** (x^{-n} ye) **negatif üslü ifade** denir.

$$\underbrace{\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{1}{x}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{x}\right)}_{n \text{ tane}} = \left(\frac{1}{x}\right)^n = x^{-n} \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } x^{-n} = \frac{1}{x^n},$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-n} = \left(\frac{y}{x}\right)^n \text{ dir.}$$

O halde, bir üslü ifadenin tabanının çarpmaya göre tersi alındığında üssünün işareti değiştirilir.

★ Üssün negatif olması, üslü ifadenin değerinin negatif olduğu anlamına gelmez.

Uyarı:

● Bir kesrin payında çarpım halinde bulunan bir üslü ifadeyi paydaya ya da kesrin paydasında çarpım halinde bulunan üslü ifadeyi paya yazarken bu üslü ifadenin üssünün işareti değiştirilir.

$$\frac{x^m \cdot y^n}{z^p} = \frac{x^m \cdot z^{-p}}{y^{-n}} = \frac{z^{-p}}{x^{-m} \cdot y^{-n}} = \dots \text{ gibi.}$$

● Üssü pozitif olan ifadeler için geçerli olan bütün özellikler, üssü negatif olan ifadeler için de geçerlidir.

$$(a^{-3} \cdot b^2)^{-3} = (a^{-3})^{-3} \cdot (b^2)^{-3} = a^9 \cdot b^{-6} = \frac{a^9}{b^6}$$

$$(-2^{-4})^{-3} = (-1)^{-3} \cdot (2^{-4})^{-3} = -1 \cdot 2^{12} = -2^{12} \text{ dir.}$$

Üslü İfadelerde Çarpma İşlemi

Üslü ifadeler çarpılırken, tabanları aynı ise üsler toplamı ortak tabana üs olarak yazılır. Eğer üsler aynı tabanlar farklı ise ortak olan üs tabanların çarpımına üs olarak yazılır.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}, \quad x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} 2^3 \cdot 2^5 &= 2^{3+5} = 2^8, & (-3) \cdot (-3)^2 &= (-3)^3 \\ 2^4 \cdot 3^4 &= (2 \cdot 3)^4 = 6^4, & 2^4 \cdot 2^4 &= (2 \cdot 2)^4 = 4^4, \\ (-2)^6 &= (-1)^6 \cdot 2^6 = 2^6, & (-3)^3 &= (-1)^3 \cdot 3^3 = -3^3, \\ 2^{-4} \cdot 5^{-4} \cdot 10^5 &= (2 \cdot 5)^{-4} \cdot 10^5 = 10^{-4} \cdot 10^5 = 10 \text{ dur.} \end{aligned}$$

Üslü İfadelerde Bölme İşlemi

İki üslü ifade bölünürken, tabanları aynı ise payın üssünden paydanın üssü çıkarılarak bulunan fark ortak olan tabana üs olarak yazılır. Eğer üsler aynı tabanlar farklı ise ortak olan üs tabanların bölümüne üs olarak yazılır.

$$x^m : x^n = x^{m-n}, \quad x^n : y^n = (x : y)^n \text{ dir.}$$

$$\frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 9, \quad \frac{2^{-3}}{2^4} = 2^{-3-4} = 2^{-7},$$

$$\frac{2^{-3} + 2^{-3}}{(-4)^{-2}} = \frac{2 \cdot 2^{-3}}{(2^2)^{-2}} \quad 2^{-2} \cdot 2^4 = 2^{4-2} = 4 \text{ tür.}$$

Benzer Üslü İfadeler

Tabanları ve üsleri aynı olan üslü ifadelere benzer ifadeler denir.

ax^3 ile bx^3 , $2 \cdot (x+y)^5$ ile $-3 \cdot (x+y)^5$ ifadeleri benzer üslü ifadelerdir.

Benzer üslü ifadeler toplanıp - çıkarılırken katsayıları toplanıp - çıkarılır.

$$2 \cdot 3^m - 4 \cdot 3^m + 5 \cdot 3^m = (2 - 4 + 5) \cdot 3^m = 3 \cdot 3^m = 3^{m+1} \text{ dir.}$$

Üslü Denklemler

- I. Birbirlerine eşit olan iki üslü ifadenin tabanları aynı ise üsleri de birbirine eşit olmalıdır.

$$x^m = x^n \Rightarrow m = n \text{ dir. } (x \neq 0, x \neq \pm 1)$$

$$2^{x-1} + 2^{x+1} = 5 \Rightarrow 2^{x-1} (1 + 2^{x+1-(x-1)}) = 5$$

$$\Rightarrow 2^{x-1} \cdot (1 + 2^2) = 5$$

$$\Rightarrow 2^{x-1} = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ dir.}$$

- II. Birbirine eşit olan iki üslü ifadenin üsleri aynı ise; üsler tek sayı iken tabanları da aynı, üsler çift sayı iken tabanların mutlak değeri birbirine eşit olmalıdır.

$(x \neq \pm 1, y \neq \pm 1)$ ve $n \neq 0$ olmak üzere,

$$x^n = y^n \Rightarrow \begin{cases} x = y, & n \text{ tek sayı ise} \\ x = \pm y, & n \text{ çift sayı ise} \end{cases}$$

$$\text{III. } x^n = 1 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ ve } x \neq 0 \\ x = 1 \text{ ve } n \text{ reel sayı} \\ x = -1 \text{ ve } n \text{ çift sayı} \end{cases}$$

olmalıdır.

TANIM

$a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, $x^n = a$ eşitliğini sağlayan $x = \sqrt[n]{a}$ reel sayısına a nın n . kuvvetten kökü denir ve n . kuvvetten kök a diye okunur. Buna göre, $x^n = a \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{a}$ dir.

Uyarı:

Hiçbir reel sayının çift kuvvetten kökü negatif olmayacağı için, negatif bir sayının çift kuvvetten kökü reel sayı değildir. Buna göre,

$x = \sqrt[n]{a}$ ($n \in \mathbb{Z}^+$) ifadesinin reel sayı belirtmesi için $a \geq 0$ olmalıdır. Örneğin, $x^2 = -4 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$ ($\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$) dir.

$\sqrt[n]{a}$ ifadesi, a nın bütün reel sayı değerleri için bir reel sayı belirtir. Örneğin,

$x^3 = -8$ eşitliğini sağlayan bir x reel sayısı ($x \in \mathbb{R}$) vardır. Bu durumda $\sqrt[3]{-8} \in \mathbb{R}$ dir.

Köklü İfadelerin Özellikleri:

$$1. \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \quad (\text{Üslü şekilde yazma})$$

$$\sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}, \quad \sqrt[5]{-3} = -\sqrt[5]{3} = -3^{\frac{1}{5}} \text{ tir.}$$

$$2. (\sqrt[n]{x})^m = \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \quad (\text{Üs alma})$$

$$(\sqrt[4]{4})^2 = (2^2)^{\frac{2}{4}} = 2, \quad (\sqrt[3]{-2})^3 = -2 \text{ dir.}$$

3. Kök içerisindeki üssü kök kuvvetine (derecesine) eşit olan çarpanlar, kök dışına çıkarılabilir.

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ için, } \sqrt[n]{a^{2n-1}} = a, \quad \sqrt[n]{a^{2n}} = |a| \text{ dir.}$$

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2, \quad \sqrt[2]{(-3)^2} = |-3| = 3 \text{ tür.}$$

4. Kök dışındaki bir çarpanın üssü, kök derecesi (kuvveti) ile çarpılarak kök içine yazılabilir. Buna göre,

$$\frac{x}{y} \cdot \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{\frac{x^n \cdot z}{y^n}}$$

Burada, n çift sayı ise $\frac{x}{y} \geq 0$ olmalıdır.

$$\text{Örneğin, } -5 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{5}} = -\sqrt[4]{\frac{5^4}{5}} = -\sqrt[4]{125} \text{ tir.}$$

5. Bir köklü ifadenin derecesi (kök kuvveti) ile kök içindeki ifadenin üssü, aynı sayıyla tanım şartlarına uygun bir şekilde çarpılabilir (kök kuvvetini genişletme) veya bölünebilir (kök kuvvetini sadeleştirme). $r \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n]{x^{\frac{m}{r}}} = \sqrt[n]{x^{\frac{m}{r}}} \text{ dir.}$$

$$\odot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[6]{4}, \quad \sqrt[15]{32} = \sqrt[15]{2^5} = \sqrt[3]{2}$$

$$\odot \sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2^2} = -\sqrt[6]{4},$$

$$\odot \sqrt[12]{(-3)^4} = \sqrt[3]{|-3|} = \sqrt[3]{3} \neq \sqrt[3]{-3} \text{ tür.}$$

Köklü İfadelerde İşlemler:

Kök kuvvetleri aynı ve kök içindeki ifadeleri de birbirine eşit olan ifadelere **benzer köklü ifadeler** denir.

I. Toplama - Çıkarma

Benzer köklü ifadeler toplanıp - çıkarılırken katsayıları toplanıp - çıkarılır.

$$a\sqrt[n]{x^m} + b\sqrt[n]{x^m} - c\sqrt[n]{x^m} = (a + b - c) \cdot \sqrt[n]{x^m} \text{ dir.}$$

$$\odot \sqrt{3} + \sqrt{2} \text{ toplanamaz. (kök içleri farklı)}$$

$$\odot \sqrt[3]{5} - \sqrt{5} \text{ çıkarılamaz. (kök kuvvetleri farklı)}$$

$$\odot \sqrt{75} - \sqrt{12} + \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{5^2 \cdot 3} - \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{\frac{3}{2^2}} \\ = \sqrt{3} \cdot \left(5 - 2 + \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} \sqrt{3} \text{ tür.}$$

Uyarı:

Bir kesrin pay ve paydasındaki bütün terimlerin köklü sayı çarpanları aynı dereceli ise kök içleri aynı sayıyla çarpılabilir veya bölünebilir. Örneğin,

$$\frac{\sqrt{0,9} + \sqrt{0,4}}{\sqrt{0,4} - \sqrt{0,1}} = \frac{\sqrt{9} + \sqrt{4}}{\sqrt{4} - \sqrt{1}} = \frac{3 + 2}{2 - 1} = 5 \text{ tir.}$$

II. Çarpma - Bölme

Kök kuvvetleri aynı olan köklü ifadeler çarpılırken ya da bölünürken, kök içleri aynı kök içinde çarpılır veya bölünür. Kök kuvvetleri farklı ise önce kök kuvvetleri eşitlenir. Buna göre, tanımlı oldukları durumlarda;

$$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}, \quad \sqrt[n]{x} : \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x : y} \text{ dir.}$$

$$\text{Örneğin, } \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 9}{6}} = \sqrt[3]{6},$$

$$\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} = \frac{12 \sqrt[12]{8^3 \cdot 4^4}}{2^6} = \frac{12 \sqrt[12]{2^{9+8-6}}}{2^6} \\ = \frac{12 \sqrt[12]{2^{11}}}{2^6} \text{ dir.}$$

III. Paydanın Rasyonel Yapılması

$n > m$ olmak üzere, $\sqrt[n]{x^m}$ ile $\sqrt[n]{x^{n-m}}$ nin çarpımı rasyonel bir sayıdır. Buna göre,

$$1. \frac{a}{\sqrt[n]{x^m}} = \frac{a}{x} \cdot \sqrt[n]{x^{n-m}} \text{ dir.}$$

$$\odot \frac{a}{\sqrt{x}} = \frac{a}{x} \cdot \sqrt{x}, \quad \frac{x}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} \text{ tir.}$$

2. $(\sqrt{x} - \sqrt{y})$ ile $(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ ifadeleri birbiriyle çarpıldığında çarpım rasyonel sayı olur.

$$\frac{a}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{a(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{x - y} \text{ dir.}$$

$$\frac{a}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{a(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{x - y} \text{ dir.}$$

$$\odot \frac{3}{\sqrt{2} - 1} - \frac{3}{\sqrt{2} + 1} = \frac{3(\sqrt{2} + 1) - 3(\sqrt{2} - 1)}{2 - 1} \\ = 3\sqrt{2} + 3 - 3\sqrt{2} + 3 = 6 \text{ dir.}$$

Köklü Sayıların Sıralanması:

Tanımlı olduğu durumlarda,

$$a < b < c \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} < \sqrt[n]{c} \text{ dir.}$$

$$\odot x = \frac{1}{\sqrt{2}}, y = \frac{2}{\sqrt{3}}, z = \frac{3}{\sqrt{5}} \text{ sayılarını sıralayalım.}$$

$$x^2 = \frac{1}{2}, y^2 = \frac{4}{3}, z^2 = \frac{9}{5} \text{ ve}$$

x, y, z pozitif sayılar olduğundan x, y, z arasındaki sıralama ile x^2, y^2, z^2 arasındaki sıralama aynıdır. O halde, $x^2 < y^2 < z^2 \Rightarrow x < y < z$ dir.

İç İçe Sonlu Kökler:

1. Toplamları x , çarpımları y olacak şekilde a ve b gibi iki reel sayı varsa, ($x=a+b$ ve $y=a \cdot b$ oluyorsa);

$$\sqrt{x \pm 2\sqrt{y}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b} \quad (a > b) \text{ dir.}$$

$$\odot \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1, \quad \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \text{ dir.}$$

2. Tanımlı olduğu durumlarda,

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[r]{x}}} = \sqrt[m \cdot n \cdot r]{x} \text{ olur.}$$

İç İçe Sonsuz Kökler:

$$\textcircled{a} \sqrt[n]{x \sqrt[n]{x \sqrt[n]{x \dots}}} = n^{-1} \sqrt[n]{x},$$

$$\textcircled{b} \sqrt[n]{x : \sqrt[n]{x : \sqrt[n]{x : \dots}}} = n+1 \sqrt[n]{x},$$

$$\textcircled{c} \sqrt{x \pm \sqrt{x \pm \sqrt{x \pm \dots}}} = \frac{\sqrt{4x+1} \pm 1}{2},$$

Pratik olarak, $a > 0$ olmak üzere,

$$\sqrt{a(a+1)} + \sqrt{a(a+1)} + \sqrt{a(a+1)} + \dots = a+1,$$

$$\sqrt{a(a+1)} - \sqrt{a(a+1)} - \sqrt{a(a+1)} - \dots = a \text{ dir.}$$

ÖZDEŞLİKLER

Tanımlı olduğu durumlarda, değişkenlerinin bütün değerleri için sağlanan eşitliklere özdeşlik denir.

$$\textcircled{a} x(x+1) = x^2 + x, \quad x \neq 1 \text{ için } \frac{x^3-1}{x-1} = x^2 + x + 1$$

$$\textcircled{b} x-y = -(y-x), \quad -\frac{x+y-z}{m} = \frac{z-x-y}{m}$$

eşitlikleri birer özdeşliktir.

ÇARPANLARA AYIRMA

Toplam veya fark şeklindeki bir ifadeyi, sabit olmayan birden fazla ifadenin çarpımı şeklinde yazmaya bu ifadenin çarpanlarına ayrılması denir.

ÇARPANLARA AYIRMA METOTLARI

I. Ortak Çarpan Parantezine Alma

$$\textcircled{a} x^3y - x^2y^2 = x^2y \left(\frac{x^3y}{x^2y} - \frac{x^2y^2}{x^2y} \right) = x^2y(x-y),$$

$$\textcircled{b} (x-y)^3 + 2(x-y)^2 - x(x-y)^2 = (x-y)^2(x-y+2-x) = (x-y)^2(2-y) \text{ dir.}$$

II. Gruplandırarak Ortak Çarpan Parantezine Alma

$$\textcircled{a} x^4y + x^3y + x^2y + xy = x^3y(x+1) + xy(x+1) = xy(x+1)(x^2+1)$$

$$\textcircled{b} a + bx - b - ax = (a-b) - x(a-b) = (a-b)(1-x)$$

III. Özdeşliklerden Yararlanarak Çarpanlara Ayırma

Aşağıdaki özdeşliklerle benzerlik kurulabilen ifadeler, bu özdeşliklerden yararlanılarak çarpanlarına ayrılabilir.

1. İki Terimli İfadeler

★ İki Kare Farkı

$$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) \text{ dir.}$$

$$\textcircled{a} a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a-b)(a+b)(a^2 + b^2),$$

$$\textcircled{b} a-1 = (\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1) = (\sqrt[4]{a}-1)(\sqrt[4]{a}+1)(\sqrt{a}+1),$$

$$\textcircled{c} (\sqrt[4]{2}-1)(\sqrt[4]{2}+1) = (\sqrt[4]{2})^2 - 1 = \sqrt{2} - 1.$$

$$\textcircled{d} x^{2n} - 4^x = (x^n)^2 - (2^x)^2 = (x^n - 2^x)(x^n + 2^x) \text{ tir.}$$

★ İki Küp Farkı, İki Küp Toplamı

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2) \text{ dir.}$$

y yerine $(-y)$ yazılırsa,

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) \text{ olur.}$$

$$\textcircled{a} x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1),$$

$$\textcircled{b} x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right) \text{ dir.}$$

★ $x^n - y^n$ ve $x^n + y^n$ Özdeşlikleri

n pozitif tamsayı olmak üzere,

$$x^n - y^n = (x-y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-1}) \text{ dir.}$$

n pozitif tek sayı iken y yerine $(-y)$ yazılırsa,

$$x^n + y^n = (x+y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots + y^{n-1}) \text{ olur.}$$

$$\textcircled{a} x^5 - y^5 = (x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4),$$

$$\textcircled{b} x^5 + 1 = (x+1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1),$$

$$\textcircled{c} x^6 + 1 = (x^2)^3 + 1 = (x^2+1)(x^4 - x^2 + 1) \text{ dir.}$$

2. Tam Kare İfadeler

En az iki terimin toplam veya farkının karesi alınırken, terimlerin kareleri toplamına bu terimlerin ikili çarpımlarının 2 katı eklenir.

$$(x \pm y)^2 = x^2 + y^2 \pm 2xy$$

$$(x + y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy - xz - yz) \text{ dir.}$$

Örnek:

$$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1, \quad \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{4}{x^2} - 4 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$x^2 + y^2 = 80, \quad x + y = 12 \text{ ise } x.y \text{ çarpımının değeri,}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \Rightarrow (12)^2 = 80 + 2xy$$

$$\Rightarrow xy = 32 \text{ dir.}$$

Uyarı:

$x+y$, $x-y$ ve $x.y$ ifadelerinden herhangi ikisinin değeri biliniyorken üçüncünün değeri,

$$(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$$

özdeşliğinden yararlanılarak bulunur.

Örnek:

$$x-y=2 \text{ ve } x.y=3 \text{ ise } x+y \text{ nin pozitif değeri,}$$

$$(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4.x.y \Rightarrow (x+y)^2 = 4.3 + 2^2$$

$$\Rightarrow x+y=4 \text{ tür.}$$

★ Tam Kare Araştırması:

Üç terimli bir ifadenin aynı işaretli iki teriminin karekökleri çarpımının 2 katı üçüncü terime eşit oluyorsa bu ifade tam karedir.

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2 \text{ dir.}$$

Uyarı:

$ax^2 + bx + c$ ifadesi, $x = -\frac{b}{2a}$ için en büyük (veya en küçük) değerini alır.

3. İki Terimin Toplamının veya Farkının Küpü

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \text{ ve}$$

(y) yerine $(-y)$ yazılırsa,

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$= x^3 - y^3 - 3xy(x - y) \text{ dir.}$$

Örnek:

$$(x \pm 1)^3 = x^3 \pm 3x^2 + 3x \pm 1,$$

$$(x \pm \frac{1}{x})^3 = x^3 \pm \frac{1}{x^3} \pm 3(x \pm \frac{1}{x}) \text{ tir.}$$

4. $(x + y)^n$ İfadesinin Açılımı

$(x + y)^n$ ifadesinin açılımında $(n+1)$ tane terim vardır ve bu terimlerdeki x ve y çarpanlarının üsleri toplamı n dir. Açılımdaki herhangi bir terimin katsayısı aşağıdaki üçgen yardımıyla bulunur. y yerine $(-y)$ yazılarak da $(x - y)^n$ ifadesinin açılımı bulunur. Dolayısıyla bu ifadede y nin tek kuvvetlerinin bulunduğu terimin işareti $(-)$ olur.

n = 0 için.....	1
n = 1 için.....	1 1
n = 2 için.....	1 2 1
n = 3 için.....	1 3 3 1
n = 4 için.....	1 4 6 4 1
n = 5 için.....	1 5 10 10 5 1

$$\bullet (x + y)^4 = 1.x^4 + 4.x^3y + 6.x^2y^2 + 4.xy^3 + 1.y^4,$$

$$\bullet (x - y)^5 = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5 \text{ tir.}$$

Bu açılımda, $n = 2$ için tam kare ifadelerin;

$n = 3$ için tam küp (iki terimin toplamının veya farkının küpü) olan ifadelerin elde edildiğine dikkat ediniz.

5. $ax^2 + bx + c$ Üç Terimlisinin Çarpanlarına Ayrılması

i. $a = 1$ iken çarpımları c, toplamı b olan iki sayı (m ve n) bulunursa bu ifadenin çarpanlarına ayrılmış şekli,

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n) \text{ olur.}$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $m+n \quad m.n$

$$\bullet x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) \text{ dir.}$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $-4+2 \quad -4.2$

ii. $a \neq 1$ iken c nin iki çarpanı (m ve n) ile a nın iki çarpanı (p ve q) arasında $p.n + q.m = b$ şeklinde bir eşitlik sağlanıyorsa bu ifadenin çarpanlarına ayrılmış şekli,

$$ax^2 + bx + c = (px + m)(qx + n) \text{ olur.}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $p \quad m \quad n$
 $q \quad n$
 $a = p.q, \quad c = m.n \text{ ve}$
 $p.n + q.m = b$

$$\bullet 6x^2 + x - 15 = (3x + 5)(2x - 3) \text{ tür.}$$

Uyarı:

Bu ifade, çarpımları (a.c), toplamı (b) olan iki sayı bulunup b değeri bu iki sayının toplamı şeklinde yazıldıktan sonra gruplandırma yapılarak da çarpanlarına ayrılabilir. Örneğin, $6x^2 - x - 12$ ifadesi için, çarpımları $a.c = 6.(-12) = -72$, toplamı $b = -1$ olan iki sayı -9 ve 8 olduğundan $-x = -9x + 8x$ şeklinde yazıldıktan sonra gruplandırma yapılsa,

$$6x^2 - 9x + 8x - 12 = 3x(2x - 3) + 4(2x - 3)$$

$$\Rightarrow 6x^2 - x - 12 = (2x - 3)(3x + 4) \text{ tür.}$$

Uyarı:

Bir ifadenin çarpanlarından birisini 0 (sıfır) yapan bir değer, bu ifadeyi de sıfır yapar.

ORAN

En az birisi sıfırdan farklı, aynı birimden iki çokluğun karşılaştırılmasına (bölümüne) oran denir.

$$\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{-3}{5}, \frac{10}{-3}, \frac{0}{5}, \frac{3}{0} \text{ ifadeleri birer}$$

orandır.

$\frac{0}{0}$ ifadesi oran değildir.

ORANTI

Oranların eşitliğine orantı denir.

$$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \text{ birer oran olmak üzere,}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ (ikili orantı)}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ (üçlü orantı)}$$

k: orantı sabiti (orantı katsayısı)

$$\text{Örneğin, } \frac{12}{8} = \frac{15}{10} = \frac{-9}{-6} = k \text{ ise, } k = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Uyarı:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \text{ orantısı, } a : c : e = b : d : f \text{ şeklinde de gösterilebilir.}$$

İKİLİ ORANTI

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ orantısında,}$$

$$1. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \begin{array}{c} \text{içler} \\ \downarrow \\ a : b = c : d \\ \uparrow \\ \text{dışlar} \end{array}$$

b ve c ye içler, a ve d ye dışlar denir.

i. İçler çarpımı, dışlar çarpımına eşittir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c \text{ dir.}$$

ii. İçler veya dışlar kendi arasında yer değiştirebilir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k_1,$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a} = k_2 \text{ dir.}$$

$$2. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ orantısında,}$$

a, b, c ve d sayılarına sırasıyla orantının birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü terimi (elemanı) denir.

i. a, b, c sayılarıyla dördüncü orantılı sayı x ise

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \text{ olur.}$$

b sayılarının orta orantılığı x ise,

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \Rightarrow x = \sqrt{a.b} \text{ dir.}$$

ORANTININ ÖZELLİKLERİ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ orantısında}$$

$$1. a = b.k, c = d.k, e = f.k \text{ dir.}$$

$$2. n \in \mathbb{R}, \frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = \frac{e^n}{f^n} = k^n \text{ dir.}$$

3. Oranların paylarının toplamı (farkı), paydalarının toplamına (farkına) bölünürse orantı sabiti değişmez.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Rightarrow \frac{a \pm c \pm e}{b \pm d \pm f} = k \text{ dir.}$$

$$i. \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k \Leftrightarrow \frac{a \pm b}{c \pm d} = \frac{a}{c} = k \text{ dir.}$$

$$ii. x, y, z \text{ sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Rightarrow \frac{a.x + c.y + e.z}{b.x + d.y + f.z} = k \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{5} \text{ ve } a + 2b - c = 6 \text{ olduğuna göre, } (a - b + c) \text{ ifadesinin değerini bulalım.}$$

Çözüm:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{5} = k \text{ ise,}$$

$$\frac{a + 2b - c}{3 + 2 \cdot 2 - 5} = \frac{a - b + c}{3 - 2 + 5} = k \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{6}{2} = \frac{a - b + c}{6} \Rightarrow a - b + c = 18 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \text{ ve } \frac{y}{z} = \frac{4}{3} \text{ ise, } \frac{x + y}{y - z} \text{ oranını bulalım.}$$

Çözüm:

İki orantıda ortak olan y ye karşılık gelen sayılar eşitlenirse (örneğin 3 ve 4 ün ortak olan 12 de eşitleyelim.)

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{12} \text{ ve } \frac{y}{z} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{3} = \frac{12}{9} \text{ ise,}$$

$$\frac{x + y}{y - z} = \frac{8 + 12}{12 - 9} = \frac{20}{3} \text{ tür.}$$

4. Oranlar taraf tarafa çarpılırsa,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Rightarrow \frac{a.c.e}{b.d.f} = k^3 \text{ tür.}$$

ORANTI ÇEŞİTLERİ

i. Doğru Orantı

Oranı sabit olan iki çokluk doğru orantılı veya

kısaca **orantılıdır** denir. y ile x doğru orantılı ise,

$$\frac{y}{x} = k \text{ veya } y = k \cdot x \text{ olur.}$$

★ x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayılarıyla orantılı ise,

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k \text{ olur.}$$

II. Ters Orantı

Çarpımı sabit olan iki çokluk **ters orantılıdır** denir. y ile x ters orantılı ise,

$$y \cdot x = k \text{ veya } y = \frac{k}{x} \text{ olur.}$$

★ x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayıları ile ters orantılı ise, $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ sayıları ile de doğru orantılı olurlar. Buna göre,

$$a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = \frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} = k \text{ olur.}$$

Uyarı:

Problemlerde orantı kurulurken, aynı cinsten çokluklar alt alta gelecek şekilde yazılır. Doğru orantı için çapraz, ters orantı için paralel oklar çizilir. Daha sonra oklar yönünde çarpma işlemi yapıp elde edilen iki çarpım eşitlenir.

★ İş problemlerinde; kapasite, zaman, işçi sayısı vb. gibi bütün değişkenler yapılan işle doğru orantılı olduğundan, yapılan işin diğer değişkenlerin çarpımına oranı sabittir. Buna göre,

$$\frac{\text{Birinci İş}}{\text{İkinci İş}} = \frac{\text{Birinci İş ile ilgili diğer verilerin çarpımı}}{\text{İkinci İş ile ilgili diğer verilerin çarpımı}}$$

III. Bileşik Orantı

y sayısı; x ile doğru, z ile ters orantılı ise,

$$\frac{y \cdot z}{x} = k \text{ dir.}$$

ORTALAMALAR

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ reel sayılarının;

$$\text{Aritmetik Ortalaması: } A = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

$$\text{Geometrik Ortalaması: } G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Harmonik Ortalaması:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}} \text{ dir.}$$

Sonuç:

a ve b reel sayıları için;

$$A = \frac{a+b}{2}, \quad G = \sqrt{a \cdot b}, \quad H = \frac{2ab}{a+b} \text{ dir.}$$

Uyarı:

- $x_1 = x_2 = \dots = x_n > 0 \Leftrightarrow A = G = H = x_1$,
- $x_1, x_2, \dots, x_n$ pozitif reel sayılarının en az biri diğerlerinden farklı ise, $H < G < A$ dir.
- Ortalaması x olan n tane sayının herbirine y eklenirse elde edilen yeni sayıların ortalaması $(x + y)$, her birinden y çıkarılırsa $(x - y)$ olur. Örneğin, bugünkü yaşlarının ortalaması 15 ve her biri en az 4 yaşında olan bir kafitedekilerin 3 yıl önceki yaş ortalaması $15 - 3 = 12$, aynı bireylerin 5 yıl sonraki yaş ortalaması $15 + 5 = 20$ olur.
- a ve b gibi sadece iki pozitif reel sayı için, $A \cdot H = G^2$ dir.

TANIM

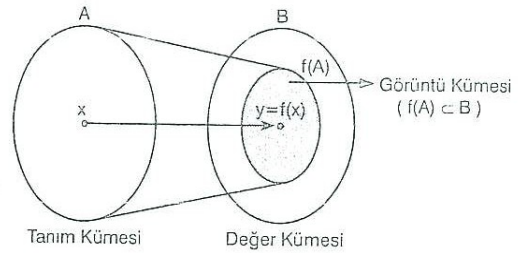
A kümesinin her elemanını B kümesinin yalnız bir elemanına eşleyen bir f bağıntısına, A dan B ye bir fonksiyon denir ve $f: A \rightarrow B$ veya $A \rightarrow B$ şeklinde gösterilir.

Burada; A ya f fonksiyonunun **tanım kümesi**, B ye de f fonksiyonunun **değer kümesi** denir.

★ Tanım kümesinin bir x elemanı, değer kümesinin bir y elemanına f ile bağlı ise, bunu bağıntıdaki $(x, y) \in f$ veya $y f x$ gösterilişi yerine; $f: x \rightarrow y$ veya genellikle $y = f(x)$ biçiminde gösteririz.

Görüntü Kümesi

A kümesinin bütün elemanlarının f ile B de eşleştiği bütün değerlerin kümesine, A nın f altındaki görüntüsü denir ve $f(A)$ ile gösterilir. Buna göre,



★ Görüntü kümesini kapsayan her küme, değer kümesi olabilir.

Uyarı:

Yukarıdaki tanıma göre, A dan B ye tanımlı bir f bağıntısının **fonksiyon olabilmesi için**;

- $\forall x \in A$ için $(x, y) \in f$ olacak şekilde en az bir $y \in B$ olmalıdır. Yani A da boşta eleman olmalıdır. B de boşta eleman olabilir.
- $\forall x \in A$ için $(x, y) \in f$ ve $(x, z) \in f$ iken $y = z$ olmalıdır. Yani A daki her bir elemanın B de eşlendiği sadece bir eleman olmalıdır. (A daki her bir eleman, B de birden fazla elemanla eşlenmemelidir.)

Uyarı:

f fonksiyonuna ait herhangi bir kural belli iken, $f(a)$ değerini bulmak için $f(x)$ i bulmaya gerek yoktur.

FONKSİYON SAYISI

$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olmak üzere,

A dan B ye fonksiyon sayısı $= n^m$

A dan B ye bağıntı sayısı $= 2^{m \cdot n}$

B den A ya fonksiyon sayısı $= m^n$

A dan B ye fonksiyon olmayan bağıntı sayısı

$= 2^{m \cdot n} - n^m$ dir.

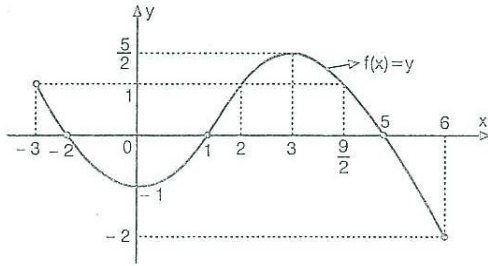
FONKSİYON GRAFİĞİ

$f(x) = y$ fonksiyonuna ait bütün (x, y) noktalarının analitik düzlemde (koordinat düzleminde) işaretlenmesiyle elde edilen şekle, $f(x)$ fonksiyonun grafiği denir.

Buna göre; $f(x) = y$ eşitliğini sağlayan bütün noktalar $f(x)$ in grafiğini oluşturduğundan, $f(x)$ in grafiği üzerindeki bütün noktaların koordinatları da $f(x) = y$ denklemini sağlar.

☆ $f(x) = y$ fonksiyonunun tanım kümesinin elemanları yatay eksen, değer kümesinin elemanları da düşey eksen üzerindedir. $g(y) = x$ fonksiyonunda ise bunun tam tersi bir durum vardır.

Örnek:



$f: A \rightarrow B$, $f(x) = y$ fonksiyonunun;

1. Tanım Kümesi: $A = (-3, 6]$

2. Görüntü Kümesi: $f(A) = [-2, \frac{5}{2}]$

3. Değer Kümesi: $B \supset f(A)$ ve $B \subset \mathbb{R}$

☆ Görüntü kümesini kapsayan her küme, değer kümesi olabilir.

4. x - eksenini kestiği noktalar: $(-2, 0)$; $(1, 0)$; $(5, 0)$

☆ x - eksen üzerindeki noktaların ordinatı 0 (sıfır) dır.

5. y - eksenini kestiği nokta: $(0, -1)$

☆ y - eksen üzerindeki noktaların apsisi 0 (sıfır) dır.

☆ $f(x) = y$ fonksiyonu y - eksenini sadece bir noktada, $g(y) = x$ fonksiyonu da x - eksenini sadece bir noktada keser.

6. $x = a$ nın f altındaki görüntüsü, x - eksenine $x = a$ dan çizilen dikmenin grafiği kestiği noktanın ordinatıdır.

Buna göre,

$$f(-2) = f(1) = f(5) = 0$$

$$f(2) = f\left(\frac{9}{2}\right) = 1, \quad f(6) = -2$$

$$f(-3) \text{ yok } -3 \notin A = (-3, 6]$$

7. Grafik üzerindeki ordinatı $y = b$ olan noktaların apsisi, $y = b$ den çizilen dikmenin grafiği kestiği noktaların apsisi. Örneğin,

$$f(m) = \frac{5}{2} \Rightarrow m = 3 \text{ ve } (3, \frac{5}{2}) \in f,$$

$$f(n) = 1 \Rightarrow n = 2 \text{ veya } n = \frac{9}{2} \text{ ve}$$

$$(2, 1) \in f \text{ ve } \left(\frac{9}{2}, 1\right) \in f \text{ dir.}$$

Ayrıca; $(-3, 1) \notin f$ dir. Çünkü -3 , f nin tanım kümesinin elemanı değildir. $-3 \notin (-3, 6]$ dir.

Uyarı:

$f(x) = ax + b$ doğrusal fonksiyonu için, y değerindeki değişme miktarının x değerindeki değişme miktarına oranı sabittir ve bu oran doğrunun eğimine (a ya) eşittir.

FONKSİYONLARDA İŞLEMLER

$f: A \rightarrow R$, $g: B \rightarrow R$ ve $A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere,

1. $(f \pm g): (A \cap B) \rightarrow R$ ve $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$

2. $(f \cdot g): (A \cap B) \rightarrow R$ ve $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

☆ $c \in R$ ve $n \in R$ olmak üzere,

$$(c \cdot f): A \rightarrow R \text{ ve } (c \cdot f)(x) = c \cdot f(x),$$

$$(f^n): A \rightarrow R \text{ ve } (f^n)(x) = f^n(x) = [f(x)]^n$$

3. $\left(\frac{f}{g}\right): (A \cap B) \rightarrow R$ ve $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right), (g(x) \neq 0)$

Uyarı:

$A \neq \emptyset$ olmak üzere, $A \times A$ nın boş kümeden farklı herhangi bir alt kümesinden B ye tanımlı bir fonksiyona iki değişkenli fonksiyon denir ve

$$f: (A \times A) \rightarrow B, f: (x, z) \rightarrow y, y = f(x, z)$$

şeklinde gösterilir.

EŞİT FONKSİYONLAR

$f: A \rightarrow B$, $f(x) = y$ ve $g: A \rightarrow B$, $g(x) = y$ olmak üzere,

$\forall x \in A$ için $f(x) = g(x)$ ise f ve g fonksiyonlarına eşit fonksiyonlar denir ve $f = g$ şeklinde gösterilir.

Uyarı:

$f(x) = g(x)$ denkleminin çözüm kümesinin elemanları $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının ortak noktalarının (grafiklerinin kesiştikleri veya teğet oldukları noktaların) **apsisleridir**.

- ★ $f(x) = g(x)$ denklemlerinin **çift katlı** (iki kat, dört kat, ...) **kökleri**, $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafiklerinin birbirlerine **teğet** oldukları noktaların **apsisleridir**.

FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

1. Bire-Bir Fonksiyon

Bir fonksiyonun tanım kümesindeki farklı her elemanın görüntüsü de farklı ise bu tip fonksiyona **bire bir fonksiyon** denir.

Buna göre, $s(A) \leq s(B)$ olmak üzere,

$f: A \rightarrow B$, $f(x) = y$ kuralı ile tanımlı f fonksiyonu bire bir ise,

$$\forall x_1, x_2 \in A \text{ için } x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

$$\text{ya da } f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 \text{ olmalıdır.}$$

- ★ Analitik düzlemde, **değer kümesinin** elemanlarından çizilen **dikmeler**, **bire bir fonksiyonun** grafiğini **en çok bir noktada keser**.

- ★ $s(A) = n$, $s(B) = m$ ve $m \geq n$ olmak üzere,

A dan B ye tanımlanabilecek **bire bir fonksiyon sayısı**,

$$P(m, n) = \frac{m!}{(m-n)!} \text{ dir.}$$

2. Örten Fonksiyon

$s(A) \geq s(B)$ olmak üzere,

$f: A \rightarrow B$ ve $f(A) = B$ ise f ye **örten fonksiyon** denir. Örten fonksiyonun **değer kümesinde boşta eleman yoktur**.

- ★ Analitik düzlemde **değer kümesinin her elemanından** çizilen **dikmeler**, **örten fonksiyonun** grafiğini **en az bir noktada keser**.

- ★ $s(A) = s(B) = m$ olmak üzere, A dan B ye tanımlanabilecek **bire bir ve örten fonksiyon sayısı**,

$$P(m, m) = m! \text{ dir.}$$

3. İçine Fonksiyon

Görüntü kümesi **değer kümesinin öz alt kümesi** olan fonksiyonlara (veya **örten olmayan** fonksiyonlara) **içine fonksiyon** denir.

$f: A \rightarrow B$, $f(A) \subset B$ ve $f(A) \neq B$ ise f ye **içine fonksiyon** denir.

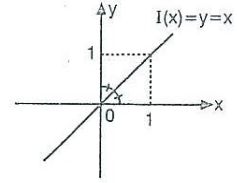
4. Birim (Özdeş) Fonksiyon

$f: A \rightarrow A$, $f(x) = x$ kuralı ile tanımlı fonksiyona A'nın **birim fonksiyonu** denir ve I_A ile gösterilir. R'nin **birim fonksiyonu** da I ile gösterilir.

R'nin **birim fonksiyonu**

$I = f(x) = x$ in grafiği,

1. **açı ortay doğrusudur**.



5. Sabit Fonksiyon ve Sıfır Fonksiyonu

" $\forall x \in A$ için $f: A \rightarrow B$, $f(x) = c$ (**sabit**),

$c \in B$ ise f **sabit fonksiyondur**.

Özel olarak, $c = 0$ (sıfır) ise f fonksiyonuna **sıfır fonksiyonu** denir.

- ★ A dan B ye tanımlanabilecek **sabit fonksiyon sayısı**, $s(B)$ **dir**.

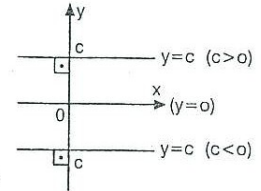
$c \in R$ olmak üzere,

$f: R \rightarrow R$,

$$f(x) = c$$

fonksiyonunun grafiği,

yandaki şekildeki gibidir.



Uyarı:

$$f: R \rightarrow R, \quad f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{px^2 + qx + r}$$

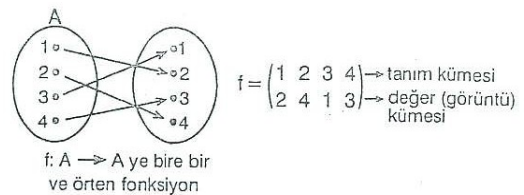
eşitliği ile verilen $f(x)$ fonksiyonu **sabit fonksiyon** ise,

$$f(x) = \frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r} = k \in R \text{ dir.}$$

6. Permütasyon Fonksiyon

A kümesi, sonlu (sayılabilir elemanlı) bir küme olmak üzere, $f: A \rightarrow A$ ya tanımlanabilecek **bire bir her fonksiyona** A'nın bir **permütasyonu** denir. Permütasyon fonksiyonun tanım kümesi ile **değer kümesi** aynı olduğundan aynı zamanda **örten bir fonksiyondur**.

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ olmak üzere, A'nın bir permütasyonu, $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 1), (4, 3)\}$ olsun. Bu fonksiyonu;



şeklinde gösterebiliriz. Burada,
 $f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 1, f(4) = 3$ tür.

Ayrıca, A da tanımlanabilecek permütasyon fonksiyon sayısı; $P(4, 4) = 4! = 24$ tür.

7. Parçalı Fonksiyon

Tanım kümesinin (aralığının) alt kümelerinde farklı birer kuralla tanımlanan fonksiyona **parçalı fonksiyon** denir. Alt aralıkların bölündüğü noktalara parçalı fonksiyonun **kritik noktaları** denir.

Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & x \geq 2 \\ x + 3, & x < 2 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonun kritik noktası $x = 2$ dir.
 $x < 2$ için $f(x) = x + 3$ ve
 $x \geq 2$ için $f(x) = 3x - 1$
 şeklinde tanımlıdır.

8. Tek Fonksiyon ve Çift Fonksiyon

$f: A \rightarrow B$ ye f fonksiyonu verilsin.

$\forall x \in A$ için $-x \in A$ olmak üzere,

i. $f(-x) = f(x) \Leftrightarrow f$ fonksiyonu **çift fonksiyon**,

★ Çift fonksiyonların grafikleri **Oy eksenine göre simetrik**dir. $P(x, y)$ noktasının Oy eksenine göre simetriği $P'(-x, y)$ dir.

ii. $f(-x) = -f(x) \Leftrightarrow f$ fonksiyonu **tek fonksiyon**dur.

★ Tek fonksiyonların grafikleri **orijine göre simetrik**dir. $Q(x, y)$ noktasının orijine göre simetriği $Q'(-x, -y)$ dir.

BİR FONKSİYONUN TERSİ

$f: A \rightarrow B, f(x) = y$ fonksiyonunun **tersi**, f^{-1} ile gösterilir ve

$$f^{-1} = \{ (y, x) \mid (x, y) \in f \} \text{ dir.}$$

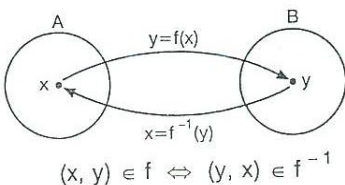
Buna göre,

1. $f(x) = y$ fonksiyonu **bire bir ve örten değilse**, f nin **tersi** $f^{-1}(y) = x$ **fonksiyon değildir**, sadece **B den A ya bir bağıntıdır**.

2. $f(x) = y$ fonksiyonu **bire bir ve örten ise**, f^{-1} de **B den A ya bire bir ve örten bir fonksiyondur**.

O halde,

$f: A \rightarrow B, f(x) = y$ **bire bir ve örten bir fonksiyon ise**,



Uyarı:

Bire bir ve örten $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ fonksiyonunun **tersi bulunurken**,

1. **a ile d nin yerleri ve işaretleri karşılıklı olarak değiştirilir**. Yani **a yerine -d, d yerine de -a** yazılır.

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a} \text{ dir.}$$

$$2. f: R - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \rightarrow R - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

$f(x)$ in tanım kümesi

$f(x)$ in değer (görüntü) kümesi
 $(f^{-1}(x))$ in tanım kümesi

3. **$d = -a \Leftrightarrow f(x) = f^{-1}(x)$ tir.**

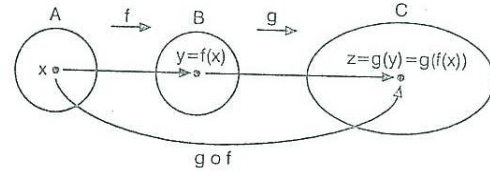
Uyarı:

İkinci dereceden $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun **tersi bulunurken** $ax^2 + bx + c$ ifadesinden **tam kare** elde edilerek x in eşiti bulunmalıdır.

FONKSİYONLARDA BİLEŞKE İŞLEMİ

A, B, C boş olmayan birer küme olmak üzere,
 $f: A \rightarrow B, f(x) = y$ ve $g: B \rightarrow C, g(y) = z$ ise,
 $g \circ f: A \rightarrow C, (g \circ f)(x) = g[f(x)] = z$ kuralı ile tanımlı fonksiyona **f ile g nin bileşke fonksiyonu** denir.

Bu tanıma aşağıdaki şekille inceleyelim.



O halde, A dan B ye f fonksiyonu ile B den C ye g fonksiyonunu kullanarak A kümesinin elemanlarını C kümesinin elemanlarına eşleyen fonksiyona **f ile g nin bileşkesi** denir ve **$g \circ f$** şeklinde gösterilir.

★ **$f \circ g \neq g \circ f$ ($f \neq I \neq g$)**

$$f \circ g \circ h = (f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h) = f[g(h)]$$

★ $f: A \rightarrow A$ ya f **bire bir ve örten bir fonksiyon** olmak üzere,

$$f \circ I = I \circ f = f \text{ ve } f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I \text{ (} f: A \rightarrow A \text{)}$$

Burada, $f: A \rightarrow B$ ye **bire bir ve örten bir fonksiyon** ve

$$A \neq B \text{ ise } f \circ f^{-1} \neq f^{-1} \circ f \text{ dir.}$$

★ **$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ ve $(f \circ g \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1}$**

★ **f fonksiyonu, A dan B ye bire bir ve örten ise,**

$$f: A \rightarrow B \Leftrightarrow f^{-1}: B \rightarrow A$$

$$f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x \text{ olur.}$$

Ayrıca, **$(f^{-1})^{-1} = f$ dir.**

LİNEER CEBİR

LİNEER DENKLEMLER VE MATRİSLER

1.1. LİNEER DENKLEM SİSTEMLERİ .

1.1.1. LİNEER DENKLEM.

$a_1, a_2, \dots, a_n$ ler ve b sabit büyüklükler; $x_1, x_2, \dots, x_n$ ler değişkenler olmak üzere

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b \quad (1)$$

formundaki bir ilişkiye **lineer denklem** denir.

$x_1 = s_1, x_2 = s_2, \dots, x_n = s_n$ için (1) ilişkisi gerçekleşiyorsa $s_1, s_2, \dots, s_n$ takımına (1) **lineer denkleminin bir çözümü** denir.

ÖRNEK 1. Aşağıda, ilki bir doğruyu, ikincisi ise bir düzlemi temsil eden iki adet lineer denklem ve hemen yanlarında da bir çözüm takımı verilmiştir:

$$x_1 + x_2 = 5 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 3; \quad (2)$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 4/3 \quad (3)$$

Not : (2) denkleminin bir çözümü aranırken bilinmeyen sayısı ile denklem sayısı arasındaki fark kadar değişkene, bu örnek için $2 - 1 = 1$ adet değişkene, keyfi bir değer verilmiştir: örneğin $x_1 = 2$ olsun denilmiştir. Sonrasında (2) de $x_1 = 2$ değeri yerine konulmuş ve oluşan yapıdan x_2 çözülmüştür:

$$x_1 + x_2 \Big|_{x_1=2} = 2 + x_2 = 5 \Rightarrow x_2 = 3 .$$

(3) denkleminin bir çözümü aranırken yine bilinmeyen sayısından denklem sayısı çıkartılmış ve $3 - 1 = 2$ sayısı bulunmuş ve değişkenlerden herhangi 2 sine keyfi değer verilmiştir: örneğin $x_1 = 2, x_2 = 1$ olsun denilmiştir. Sonrasında (3) de $x_1 = 2, x_2 = 1$ değerleri yerine konulmuş ve oluşan yapıdan x_3 çözülmüştür:

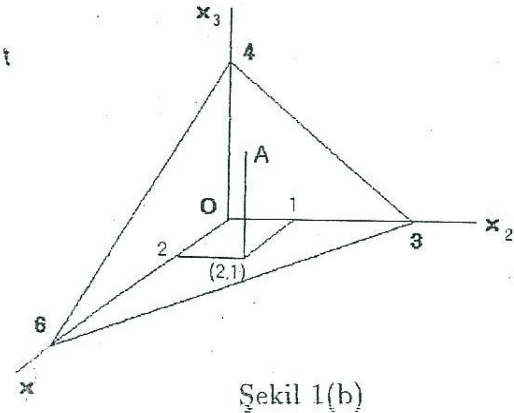
$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \Big|_{x_1=2, x_2=1} = 12 \Rightarrow x_3 = 4/3 .$$

Bu gelişmelere bu aşamada dilerseniz görsel bir zenginlik katalım:

(2) de yer alan $x_1 + x_2 = 5$ lineer denklemi bir doğruyu temsil etmektedir ve $x_1 = 2$ olsun demekle bu doğrunun üzerinde bulunan ve birinci koordinatı 2 olan $A(2, ?)$ noktasını arama süreci başlatılmış olmaktadır. A noktasını bulmak için yapılacak olan: $x_1 = 2$ doğrusu ile $x_1 + x_2 = 5$ doğrusunu çizip arakesitlerini belirlemektir. Bu olgu ile ilgili gelişmeler aşağıda Şekil 1(a) da sergilenmiştir.

(3) de yer alan $2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12$ lineer denklemi bir düzlemi temsil etmektedir ve $x_1 = 2, x_2 = 1$ olsun demekle bu düzlemin üzerinde bulunan ve birinci koordinatı 2, ikinci koordinatı 1 olan $A(2, 1, ?)$ noktasını arama süreci başlatılmış olmaktadır.

Sekil 1(a)


$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \quad (4)$$

-2-

Yol 2. x_2 yi yok edelim. Bu amaçla lineer sistemi oluşturan iki lineer denklemi taraf tarafa toplamamız yeterli olacaktır:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = 7 \\ 3x_1 - x_2 = -9 \end{cases} \Rightarrow -2x_1 + x_2 + 3x_1 - x_2 = 7 - 9 = -2 \Rightarrow x_1 = -2$$

bulunur. $x_1 = -2$ yi denklemlerden birinde, örneğin ikincisinde yerine koyalım ve x_2 yi bulalım:

$$3x_1 - x_2 \Big|_{x_1=-2} = -6 - x_2 = -9 \Rightarrow x_2 = 3.$$

ÖRNEK 3. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$ lineer sisteminin çözümünü araştıralım.

Bu örnekte bilinmeyen sayısının denklem sayısından bir fazla olduğu görülmektedir. Değişkenlerden birini örneğin x_1 i elimine etmeğe çalışalım. Bu amaçla denklemlerden ikincisini -2 ile çarparak lineer sistemi

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ -2x_1 + 2x_2 - 6x_3 = -10 \end{cases}$$

formuna dönüştürelim ve lineer sistemin denklemlerini taraf tarafa toplayalım:

$$3x_2 - 5x_3 = -6 \Rightarrow x_2 = \frac{5}{3}x_3 - 2.$$

Böylece x_2 yi x_3 cinsinden bulmuş olduk. x_2 nin bu değerini denklemlerden birinde, örneğin ilkinde yerine koyalım:

$$2x_1 + x_2 + x_3 \Big|_{x_2=5x_3/3-2} = 2x_1 + \frac{5}{3}x_3 - 2 + x_3 = 4 \Rightarrow x_1 = -\frac{4}{3}x_3 + 3.$$

elde edilir. x_3 ün yerine herhangi bir reel sayı konulabilir ve sistemin bir çözümü elde edilebilir. x_3 ün yerine koyacağımız reel sayıyı sonsuz farklı şekilde belirleyebiliriz. Dolayısıyla sonsuz farklı çözüm elde edilecektir. Örneğin: $x_3 = 3$ olsun dersek $x_2 = 3$, $x_1 = -1$ bulunacaktır. Yok eğer $x_3 = 0$ olsun dersek $x_2 = -2$, $x_1 = 3$ bulunacaktır.

Yorum: Çözümünü araştırdığımız iki denklemin herbiri bir düzlemin denklemidir ve bu iki düzlem bir doğru boyunca kesişmektedir. Arakesit doğrusunun üzerinde yer alan her noktanın koordinatları bu denklemlerin ikisini de gerçekleyecektir. Arakesit doğrusunun üzerinde sonsuz sayıda nokta vardır, dolayısıyla söz konusu denklemlerin sonsuz farklı çözümü olacaktır.

1.2. MATRİSLER .

MATRİS.

m adet satır ve n adet sütuna yerleştirilmiş $m \times n$ tane reel veya kompleks sayıdan oluşan dikdörtgen şeklindeki bir tabloya **matris** denir. Matrisler $A, B, C, \dots$ gibi büyük harflerle gösterilir.

$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere bir A matrisinin i -inci satır ve j -inci sütunundaki elemanını a_{ij} ile gösterelim. A matrisi

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

görünümünde ifadesini bulmuş olacaktır.

A matrisinin gösteriliminde [nin yerine (ve] nin yerine) de yaygın olarak kullanılmaktadır.

(6) da yer alan A matrisinin i -inci satırı $[a_{i1} \ a_{i2} \ \cdots \ a_{in}]$ ve j -inci sütunu $\begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix}$

dir.

A matrisinin m satırı ve n sütunu varsa A nın bir $m \times n$ matris olduğunu söyleyebiliriz ve " m çarpı n matris" olarak okuyacağız.

Kısalık ve yalınlık adına (6) da yer alan A matrisi

$$A = [a_{ij}] ; i = 1, 2, \dots, m ; j = 1, 2, \dots, n$$

formunda da ifade edilebilir ve bu gösterilim sıkça kullanılacaktır.

SATIR MATRİS.

$m = 1$ ise, yani A matrisi bir tek satırdan oluşuyorsa A matrisine **satır matris** denir. $C = [2 \ -1 \ 4]$, bir 1×3 satır matristir.

SÜTUN MATRİS.

$n = 1$ ise, yani A matrisi bir tek sütundan oluşuyorsa A matrisine **sütun matris** denir. $D = \begin{bmatrix} 5 \\ 41 \\ 9 \end{bmatrix}$, bir 3×1 sütun matristir.

İKİ MATRİSİN EŞİTLİĞİ.

$A = [a_{ij}]$ ve $B = [b_{ij}]$ nin her ikisi de $m \times n$ matrisler olsunlar. $a_{ij} = b_{ij}$ ilişkisi her $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ için gerçekleşiyorsa A ve B matrislerinin birbirlerine eşit oldukları söylenir.

$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 4 & -9 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} x & y & z \\ u & v & w \end{bmatrix}$ olsun. $A = B$ olması için gerek ve yeter koşul $x = 2, y = -2, z = 3, u = 4, v = -9, w = 0$ olmasıdır.

BİR MATRİSİN TRANSPOZESİ.

A matrisinin transpozesi A^T ile gösterilir ve A matrisinin satırlarıyla sütunlarının karşılıklı olarak yer değiştirilmesiyle elde edilir.

$$A = [a_{ij}] \quad \text{ise} \quad A^T = [a_{ji}]$$

dir. A bir $m \times n$ matris ise A^T bir $n \times m$ matristir.

r bir skaler ve A ve B çarpılabilir matrisler olsun. Aşağıdaki ilişkiler geçerlidir:

a) $(A^T)^T = A$,

b) $(A + B)^T = A^T + B^T$,

c) $(AB)^T = B^T A^T$,

d) $(rA)^T = rA^T$.

SIFIR MATRİS.

Her i, j için $a_{ij} = 0$ ise A matrisine **sıfır matris** denir. $m \times n$ bir sıfır matris $0_{m,n}$ ile ve $m \times m$ bir sıfır matris ise 0_m ile gösterilir. Örneğin, herhangi iki sıfır matris

$$0_{2,3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad 0_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dir.

KARE MATRİS.

A bir $m \times n$ matris olsun. $m = n$ ise, yani A matrisinin satır sayısı sütun sayısına eşit ise A ya **kare matris** denir.

$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 43 & 2 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ bir 3×3 kare matristir; $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ bir 2×2 kare matristir;

ESAS KÖŞEĞEN.

Bir kare matrisin sol üst köşesinden sağ alt köşesine doğru uzanan köşegenine A nın **esas köşegeni** denir; A nın $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ elemanlarının A nın esas köşegeninin üzerinde bulundukları söylenir.

BAZI ÖZEL TİPTE KARE MATRİSLER

$A = [a_{ij}]$ bir $n \times n$ matris olsun.

(i) $i \neq j$ için $a_{ij} = 0$ ise A matrisine **köşegen matris** denir.

(ii) $i \neq j$ için $a_{ij} = 0$ ve her i için $a_{ii} = k$ ise A matrisine **skaler matris** denir. Bir başka deyişle: esas köşegeninin üzerindeki elemanlarının tamamı birbirine eşit olan köşegen matrise skaler matris denir.

(iii) Bir skaler matriste $a_{ii} = k = 1$ ise bu skaler matrise **birim matris** denir. $n \times n$ bir birim matris I_n ile gösterilir.

A bir $n \times n$ matris ise $A^0 = I_n$ olarak tanımlanacaktır.

(iv) $i > j$ için $a_{ij} = 0$ ise A matrisine **üstüçgen matris** denir.

(v) $i < j$ için $a_{ij} = 0$ ise A matrisine **altüçgen matris** denir.

(vi) $A^T = A$ ise A matrisine **simetrik matris** denir.

(vii) $A^T = -A$ ise A matrisine **aykırı simetrik matris** denir.

(viii) A bir $n \times n$ kare matris olsun. Bir k pozitif tam sayısı için $A^k = 0_n$ ilişkisi gerçekleşiyorsa A matrisi **nilpotent matris** olarak isimlendirilir.

Aşağıda bu tür matrislere örnekler verilmektedir:

Köşegen matris : $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$.

Skaler matris : $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$.

Birim matris : $A = I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Üstüçgen matris : $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$.

Altüçgen matris : $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$.

Simetrik matris : $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$.

Aykırı Simetrik matris : $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -4 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ -7 & 0 \end{bmatrix}$.

Nilpotent matris : $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ olsun. $A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0_3$ dır, yani

A bir nilpotent matristir.

İKİ MATRİSİN TOPLAMI VE FARKI.

Matrisler arasında toplama ve fark operasyonları, ancak ve ancak, satır sayıları satır sayılarına ve sütun sayıları sütun sayılarına eşit olan matrisler arasında gerçekleştirilebilir.

$A = [a_{ij}]$ ve $B = [b_{ij}]$ matrisleri $m \times n$ matrisler olsun. A ve B nin toplanması ile oluşan $C = [c_{ij}]$ matrisi

$$C = [c_{ij}] = [a_{ij}] + [b_{ij}] = [a_{ij} + b_{ij}]$$

ile ve A dan B nin farkı ile oluşan $D = [d_{ij}]$ matrisi

$$D = [d_{ij}] = [a_{ij}] - [b_{ij}] = [a_{ij} - b_{ij}]$$

ile tanımlanır.

MATRİSLER ARASINDA GERÇEKLEŞTİRİLEN TOPLAMA OLGUSUNUN BAZI TEMEL ÖZELLİKLERİ.

A , B ve C matrisleri $m \times n$ matrisler olsun. Bu matrisler arasında gerçekleştirecek toplama işlemlerinde aşağıdaki ilişkiler geçerlidir:

- a) $A + B = B + A$ (değişme özelliği).
- b) $A + (B + C) = (A + B) + C$ (birleşme özelliği).
- c) A matrisi için $A + D = 0$ ilişkisini gerçekleyen bir ve yalnız bir tane D matrisi vardır. $m \times n$ bir matris olan D matrisi ile A matrisin arasındaki ilişki $D = -A$ formunda da ifade edilebilir.

ÖRNEK 12. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -2 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ ise :

$$A + B = \begin{bmatrix} (1) + (2) & (-1) + (4) & (0) + (3) \\ (3) + (-2) & (2) + (-3) & (5) + (5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 10 \end{bmatrix},$$

$$A - B = \begin{bmatrix} (1) - (2) & (-1) - (4) & (0) - (3) \\ (3) - (-2) & (2) - (-3) & (5) - (5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -5 & -3 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

BİR MATRİŞİN BİR SAYI İLE ÇARPILMASI.

λ bir sayı ve $A = [a_{ij}]$ ise bir $m \times n$ matris olsun. λ sayısı ile A matrisinin çarpımı

$$\lambda A = [\lambda a_{ij}]$$

ile belirlenir.

ÖRNEK 13. $\lambda = 5$ ve $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ ise

$$5A = 5 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (5)(1) & (5)(-1) & (5)(0) \\ (5)(3) & (5)(2) & (5)(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 0 \\ 15 & 10 & 25 \end{bmatrix}.$$

A ve B matrisler ve r ve s ise skaler büyüklükler olmak üzere aşağıdaki ilişkiler geçerlidir:

- a) $r(sA) = (rs)A$,
- b) $(r + s)A = rA + sA$,
- c) $r(A + B) = rA + rB$,
- d) $A(rB) = r(AB) = (rA)B$.

MATRİSLERİN ÇARPIMI.

$A = [a_{ij}]$ bir $m \times n$ ve $B = [b_{ij}]$ ise bir $n \times r$ matris olsun. A ile B nin çarpımı ile oluşan C matrisi

$$C = [c_{ik}] = \sum_{j=1}^n a_{ij}b_{jk}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, r$$

ile tanımlanır. C bir $m \times r$ matristir.

Not: A ve B matrislerinin AB çarpımında yer alan ilk matris olan A matrisinin sütun sayısının, ikinci matris olan B matrisin satır sayısına eşit olması gerekir.

A bir $n \times n$ kare matris ve p bir pozitif tam sayı ise

$$A^p = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{p \text{ tane}}$$

olarak tanımlanacaktır.

p ve q pozitif tam sayılar olmak üzere bir $n \times n$ kare matrisi için şu ilişkiler geçerlidir:

$$A^p A^q = A^{p+q}, \quad (A^p)^q = A^{pq}.$$

MATRİSLER ARASINDA GERÇEKLEŞTİRİLEN ÇARPMA OLGUSUNUN BAZI TEMEL ÖZELLİKLERİ.

A , B ve C uygun ebatlarda matrisler olmak üzere bu matrisler arasında gerçekleştirilecek çarpma işlemlerinde aşağıdaki ilişkiler geçerlidir:

- a) $A(BC) = (AB)C$ (birleşme özelliği).
- b) $(A + B)C = AC + BC$, $C(A + B) = CA + CB$ (dağılma özelliği).

ELEMANTER SATIR (veya SÜTUN) OPERASYONLARI

Bir A matrisinin satırları (veya sütunları) arasında gerçekleştirilen şu operasyonlar elemanter satır (veya sütun) operasyonları olarak isimlendirilir:

- a) A nın r inci ve s inci satırlarının (veya sütunlarının) karşılıklı olarak yerlerini değiştirmek. Bu operasyon **birinci tip operasyon** olarak isimlendirilir.
- b) A nın r inci satırını (veya sütununu) bir $c \neq 0$ sayısı ile çarpmak. Bu operasyon **ikinci tip operasyon** olarak isimlendirilir.
- c) A nın r inci satırının (veya sütununun) bir $c (\neq 0)$ katını A nın bir başka satırına (veya sütununa) eklemek. Bu operasyon **üçüncü tip operasyon** olarak isimlendirilir.

DENK MATRİSLER.

Bir A matrisine sonlu sayıda elemanter satır (veya sütun) operasyon uygulayarak elde edilen B matrisine A matrisine **satırca** (veya **sütunca**) **denktir** denir.

Not : Elemanter operasyonlar ya sadece satırlar veya sadece sütunlar arasında gerçekleştirilir.

DIŞ ÇARPIM AÇILIMI.

A bir $m \times n$ matris, B bir $n \times p$ matris olsun:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{np} \end{bmatrix}$$

A matrisinin i -inci sütunu a_i ile, B matrisinin j -inci satırını b_j ile gösterelim:

$$a_i = \begin{bmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ \vdots \\ a_{mi} \end{bmatrix}, \quad b_j = [b_{j1} \quad b_{j2} \quad \cdots \quad b_{jp}]$$

AB çarpımını

$$AB = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} [b_{11} \quad b_{12} \quad \cdots \quad b_{1p}] + \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{bmatrix} [b_{21} \quad b_{22} \quad \cdots \quad b_{2p}] + \cdots \\ &\quad + \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix} [b_{n1} \quad b_{n2} \quad \cdots \quad b_{np}] \\ &= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & \cdots & a_{11}b_{1p} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & \cdots & a_{21}b_{1p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}b_{11} & a_{m1}b_{12} & \cdots & a_{m1}b_{1p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{12}b_{21} & a_{12}b_{22} & \cdots & a_{12}b_{2p} \\ a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22} & \cdots & a_{22}b_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m2}b_{21} & a_{m2}b_{22} & \cdots & a_{m2}b_{2p} \end{bmatrix} + \cdots \\ &\quad + \begin{bmatrix} a_{1n}b_{n1} & a_{1n}b_{n2} & \cdots & a_{1n}b_{np} \\ a_{2n}b_{n1} & a_{2n}b_{n2} & \cdots & a_{2n}b_{np} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{mn}b_{n1} & a_{mn}b_{n2} & \cdots & a_{mn}b_{np} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

formunda yazabilmek olanaklıdır. AB çarpımının bu formda sunumu, A ile B matrislerinin **dış çarpım açılımı** olarak isimlendirilir.

Örneğin, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ olsun.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix},$$

$$b_1 = [1 \quad 3], \quad b_2 = [4 \quad 1], \quad b_3 = [3 \quad 5]$$

dir ve

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} [1 \quad 3] + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} [4 \quad 1] + \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} [3 \quad 5] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 12 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 15 & 25 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 12 & 10 \\ 29 & 34 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

dir.

EŞLENİK MATRİS.

$A = [a_{ij}]$ matrisinde a_{ij} lerden bir kısmının veya tamamının kompleks sayılar olabileceğini biliyoruz. $A = [a_{ij}]$ matrisinde a_{ij} lerin yerine eşlenikleri alınarak oluşturulan matrise $\bar{A} = [\bar{a}_{ij}]$ matrisinin **eşleniği** denir. $A = [a_{ij}]$ matrisinin eşleniği $\bar{A}$ ile gösterilir:

$$\bar{A} = [\bar{a}_{ij}]$$

dir.

A ve B matrisleri ve eşlenikleri arasında şu ilişkiler vardır:

1. $\overline{\bar{A}} = A$,
2. $\overline{A + B} = \bar{A} + \bar{B}$,
3. $\overline{AB} = \bar{A} \bar{B}$,
4. k herhangi bir reel sayı olmak üzere $\overline{kA} = k\bar{A}$,
5. c herhangi bir kompleks sayı olmak üzere $\overline{cA} = \bar{c} \bar{A}$,
6. $(\bar{A})^T = \overline{A^T}$.

Örneğin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2+i \\ 3-i & 4+3i \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2+3i & 5-i \\ 4 & 6+7i \end{bmatrix}$$

olsun. A ve B matrislerinin eşlenikleri

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{1} & \overline{2+i} \\ \overline{3-i} & \overline{4+3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2-i \\ 3+i & 4-3i \end{bmatrix},$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \overline{2+3i} & \overline{5-i} \\ \bar{4} & \overline{6+7i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-3i & 5+i \\ 4 & 6-7i \end{bmatrix}$$

dir.

$$\overline{\bar{A}} = \begin{bmatrix} \bar{1} & \overline{2-i} \\ \overline{3+i} & \overline{4-3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2+i \\ 3-i & 4+3i \end{bmatrix} = A,$$

$$A + B = \begin{bmatrix} (1) + (2 + 3i) & (2 + i) + (5 - i) \\ (3 - i) + (4) & (4 + 3i) + (6 + 7i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + 3i & 7 \\ 7 - i & 10 + 10i \end{bmatrix} ,$$

$$\overline{A + B} = \begin{bmatrix} \overline{3 + 3i} & \overline{7} \\ \overline{7 - i} & \overline{10 + 10i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - 3i & 7 \\ 7 + i & 10 - 10i \end{bmatrix} ,$$

$$\overline{A} + \overline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 - i \\ 3 + i & 4 - 3i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 - 3i & 5 + i \\ 4 & 6 - 7i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - 3i & 7 \\ 7 + i & 10 + 10i \end{bmatrix} ,$$

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 1 & 2 + i \\ 3 - i & 4 + 3i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 + 3i & 5 - i \\ 4 & 6 + 7i \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (1)(2 + 3i) + (2 + i)(4) & (1)(5 - i) + (2 + i)(6 + 7i) \\ (3 - i)(2 + 3i) + (4 + 3i)(4) & (3 - i)(5 - i) + (4 + 3i)(6 + 7i) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 10 + 7i & 10 + 19i \\ 25 + 19i & 17 + 38i \end{bmatrix} , \end{aligned}$$

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} 10 - 7i & 10 - 19i \\ 25 - 19i & 17 - 38i \end{bmatrix} ,$$

$$\begin{aligned} \overline{A} \overline{B} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 - i \\ 3 + i & 4 - 3i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 - 3i & 5 + i \\ 4 & 6 - 7i \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (1)(2 - 3i) + (2 - i)(4) & (1)(5 + i) + (2 - i)(6 - 7i) \\ (3 + i)(2 - 3i) + (4 - 3i)(4) & (3 + i)(5 + i) + (4 - 3i)(6 - 7i) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 10 - 7i & 10 - 19i \\ 25 - 19i & 17 - 38i \end{bmatrix} . \end{aligned}$$

$c = 1 + i$ olsun.

$$\begin{aligned} cA &= (1 + i) \begin{bmatrix} 1 & 2 + i \\ 3 - i & 4 + 3i \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (1 + i)(1) & (1 + i)(2 + i) \\ (1 + i)(3 - i) & (1 + i)(4 + 3i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + i & 1 + 3i \\ 4 + 2i & 1 + 7i \end{bmatrix} , \end{aligned}$$

$$\overline{cA} = \begin{bmatrix} \overline{1 + i} & \overline{1 + 3i} \\ \overline{4 + 2i} & \overline{1 + 7i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - i & 1 - 3i \\ 4 - 2i & 1 - 7i \end{bmatrix} ,$$

$$\overline{c} \overline{A} = (1 - i) \begin{bmatrix} 1 & 2 - i \\ 3 + i & 4 - 3i \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} (1-i)(1) & (1-i)(2-i) \\ (1-i)(3+i) & (1-i)(4-3i) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1-i & 1-3i \\ 4-2i & 1-7i \end{bmatrix} , \\
(\overline{A})^T &= \begin{bmatrix} 1 & 2-i \\ 3+i & 4-3i \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 3+i \\ 2-i & 4-3i \end{bmatrix} , \\
\overline{(A^T)} &= \begin{bmatrix} \overline{1} & \overline{3-i} \\ \overline{2+i} & \overline{4+3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3+i \\ 2-i & 4-3i \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

1.3. LİNEER DENKLEM SİSTEMLERİNİN MATRİSLERLE İFADE EDİLMESİ .

m adet denklem ve n adet bilinmeyenden oluşan

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n} &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n} &= b_2 \\
\vdots & \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn} &= b_m
\end{aligned} \tag{4}$$

formundaki bir yapılanmayı **lineer sistem** olarak isimlendireceğimizi daha önce ifade etmiştik. (4) lineer sistemini matrislerden yararlanarak ifade etmekte sayılamayacak kadar çok yarar vardır. Bu amaçla

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} , \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} , \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

yazalım. (4) ün yerine

$$AX = B \tag{7}$$

yazabiliriz. A ya lineer sistemin **katsayılar matrisi**, A ya B nin katılmasıyla oluşan

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array} \right]$$

matrisine ise sistemin **genişletilmiş matrisi** denir.

(4) lineer sistemini

$$x_1 \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{bmatrix} + \cdots + x_n \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (8)$$

formunda da yazabiliriz. Bu denkleğin sol yanının, katsayılar matrisi A nın sütunları ile bu sütunlara karşı gelen $x_1, x_2, \dots, x_n$ bilinmeyenlerinin çarpılıp toplanmasıyla oluştuğuna dikkat ediniz. (8) in sol yanında yer alan yapılanmayı A nın sütunlarının bir lineer kombinasyonu olarak isimlendireceğiz. (7) de verilen denkleğin (8) de ki gibi bir lineer sistemi belirleyebileceğini söyleyebiliriz.

ÖRNEK 19. $\left. \begin{array}{l} 2x_1 - 3x_2 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 = 5 \\ 4x_1 - 5x_2 = 7 \end{array} \right\}$ lineer sisteminin katsayılar matrisi $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ ve genişletilmiş matrisi $\left[\begin{array}{cc|c} 2 & -3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & -5 & 7 \end{array} \right]$ dir ve $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ olmak üzere

$$AX = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \\ 4 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

formunda da yazılabilir.

Genişletilmiş matrisi $\left[\begin{array}{cc|c} 3 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 7 \end{array} \right]$ olan lineer sistem $\left. \begin{array}{l} 3x_1 + 4x_2 = 6 \\ 2x_1 + 5x_2 = 7 \end{array} \right\}$ dir.

Bu örnekte ele aldığımız lineer sistemlerden ilkinin

$$x_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

ve ikincisini ise

$$x_1 \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}$$

formunda da ifade edebiliriz.

* Bir A kare matrisinin tersini bulmak için izlenecek yollardan biri şudur: A kare matrisi ve hemen yanına A kare matrisi ile aynı boyutta olan I birim matrisi yazılır. A kare matrisi satırlar arası elemanter işlemlerle adım adım birim matrise dönüştürülürken aynı elemanter işlemler hemen yanı başında yer alan birim matrise de uygulanır. Sonuç olarak : A matrisi birim matrise dönüştüğünde yanı başında yer alan birim matriste A^{-1} e dönüşmüş olur.

ÖRNEK 23. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ olsun. $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ yi, eğer varsa, bulalım.

$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+3c & b+3d \\ 2a+6c & 2b+6d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} a+3c = 1 \\ 2a+6c = 0 \end{array} \right\} ; \quad \left. \begin{array}{l} b+3d = 0 \\ 2b+6d = 1 \end{array} \right\}$$

lineer sistemlerinin her ikisinin de çözümü yoktur. Dolayısıyla bu örnekte verilen A matrisinin tersi mevcut değildir.

DETERMINANT.

A bir $n \times n$ matris olsun. A nın her satırından ve her sütunundan bir ve yalnız bir elemanını alarak bunların çarpımlarını oluşturalım ve bu çarpımı $(-1)^{I_r+I_s}$ ile çarpalım. Burada I_r , çarpımda yer alan çarpanların satır numaralarının arasındaki inversiyondur; I_s , çarpımda yer alan çarpanların sütun numaralarının arasındaki inversiyondur. Bu yoldan oluşturduğumuz çarpımların tamamının toplamı A **matrisinin determinantı** olarak isimlendirilir ve $\det(A)$ veya $|A|$ ile gösterilir.

ÖRNEK 2. $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ matrisinin determinantını oluşturalım.

Bu amaçla herhangi bir elemanını seçelim. Örneğin a_{12} yi seçmiş olalım. Bu seçimi yapınca birinci satırdan ve ikinci sütundan bir eleman seçmiş oluyorum.

Birinci satırdan ve ikinci sütundan olmamak koşuluyla bir başka eleman seçmek durumundayım. Ancak a_{21} i seçebilirim.

Şimdi $a_{12}a_{21}$ çarpımını oluşturacağım. Bu çarpımda yer alan elemanların satır numaraları 1 ve 2 dir ve aralarında inversiyon yoktur; sütun numaraları 2 ve 1 dir ve aralarında bir adet inversiyon vardır. Öyleyse toplam inversiyon sayısı $I_r + I_s = 0 + 1 = 1$ dir ve $a_{12}a_{21}$ nin başına $(-1)^{I_r+I_s} = (-1)^1$ yapısında olmak üzere çarpan olarak yerleştirilerek $(-1)^1 a_{12}a_{21}$ elde edilecektir.

Her satır ve sütundan bir ve yalnız bir eleman seçerek oluşturabileceğim bir başka (ve son) çarpım $a_{11}a_{22}$ dir. Bu çarpımda yer alan çarpanların satır numaralarının arasındaki inversiyon $I_r = 0$, sütun numaralarının arasındaki inversiyon $I_s = 0$ dir. I_r ve I_s nin bu değerlerini $(-1)^{I_r+I_s} = (-1)^{0+0}$ yapısında olmak üzere $a_{12}a_{22}$ nin başına yerleştirilerek $1 \cdot a_{11}a_{22}$ elde edilir. Öyleyse

$$\det(A) = |A| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

olacaktır.

ÖRNEK 3. $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ ise $\det(A)$ yı oluşturalım.

A nın her satırından ve her sütunundan bir ve yalnız bir eleman alarak oluşturulabilecek $3! = 6$ adet çarpım ile satır numaraları ve sütun numaralarının arasındaki inversiyonlar şunlardır:

$$a_{11}a_{22}a_{33} \quad I_r = 0, \quad I_s = 0;$$

$$a_{12}a_{23}a_{31} \quad I_r = 0, \quad I_s = 2;$$

$$a_{13}a_{21}a_{32} \quad I_r = 0, \quad I_s = 2;$$

$$a_{31}a_{22}a_{13} \quad I_r = 3, \quad I_s = 0;$$

$$a_{32}a_{23}a_{11} \quad I_r = 3, \quad I_s = 2;$$

$$a_{33}a_{21}a_{12} \quad I_r = 3, \quad I_s = 2.$$

Öyleyse

$$\begin{aligned} |A| &= (-1)^{0+0}a_{11}a_{22}a_{33} + (-1)^{0+2}a_{12}a_{23}a_{31} + (-1)^{0+2}a_{13}a_{21}a_{32} \\ &\quad + (-1)^{3+0}a_{31}a_{22}a_{13} + (-1)^{3+2}a_{32}a_{23}a_{11} + (-1)^{3+2}a_{33}a_{21}a_{12} \\ &= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ &\quad - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12} \end{aligned}$$

dir.

Not : 3×3 bir matrisin determinantını hesaplamak için **Sarrus kuralı** diye bilinen ve hemen aşağıda açıklayacağımız bir kuraldan yararlanabiliriz. Sarrus kuralı şu operasyonların art arda uygulanmasından oluşur:

(i) 3×3 bir matris olan A nın ilk iki sütunu A matrisinin hemen yanına yazılır:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

(ii) a_{11} den başlayan ve a_{22} den geçerek a_{33} e ulaşan bir ok çizilir. Bu oka paralel olan ve sağ tarafında yer alan ve

a_{12} , a_{23} ve a_{31} den geçen ikinci ok,

a_{13} , a_{21} ve a_{32} den geçen üçüncü ok

çizilir. Bu okların herbirinin üzerinde bulunan elemanlar çarpılır ve başlarına " + " işareti konularak toplanır.

(iii) a_{13} den başlayan ve a_{22} den geçerek a_{31} e ulaşan bir ok çizilir. Bu oka paralel olan ve sağ tarafında yer alan ve

a_{11} , a_{23} ve a_{32} den geçen ikinci ok,

a_{12} , a_{21} ve a_{33} den geçen üçüncü ok

çizilir. Bu okların herbirinin üzerinde bulunan elemanlar çarpılır ve başlarına " - " işareti konularak toplanır.

(ii) ve (iii) de oluşturulan büyüklüklerin toplamı $|A|$ yı verecektir:

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ &\quad - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \end{aligned}$$

bulunacaktır.

ÖRNEK 4. a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, b) $A = \begin{bmatrix} t-1 & 0 & 1 \\ -2 & t & -1 \\ 0 & 0 & t+1 \end{bmatrix}$ ise $\det(A)$ yı bulalım.

$$\begin{aligned} \text{a) } \det(A) &= +[(2)(-1)(1) + (0)(2)(1) + (1)(0)(3)] \\ &\quad -[(1)(-1)(1) + (3)(2)(2) + (1)(0)(0)] = -13, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \det(A) &= +[(t-1)(t)(t+1) + (0)(-1)(0) + (1)(-2)(0)] \\ &\quad -[(0)(t)(1) + (0)(-1)(t-1) + (t+1)(-2)(0)] = t^3 - t. \end{aligned}$$

2.2. DETERMİNANTLARIN ÖZELLİKLERİ.

Bu kısımda determinantların bizim açımızdan birinci derecede önemli özellikleri vurgulanacak, bu özelliklerin sergilendiği örnekler verilecektir.

TEOREM 1. $\det(A) = \det(A^T)$ dir.

ÖRNEK 5. a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ olsun.

$\det(A) = \det(A^T)$ ilişkisini gerçekleyelim.

$$\text{a) } \det(A) = (1)(5) - (2)(3) = -1,$$

$$\det(A^T) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = (1)(5) - (2)(3) = -1.$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \det(A) &= (1)(2)(0) + (-2)(1)(2) + (0)(1)(0) \\ &\quad -(-2)(2)(0) - (0)(1)(1) - (0)(1)(-2) = -4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \det(A^T) &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (1)(2)(0) + (1)(0)(0) + (2)(-2)(1) \\ &\quad - (0)(2)(2) - (1)(0)(1) - (0)(-2)(1) = -4. \end{aligned}$$

TEOREM 2. Bir determinantın herhangi paralel iki sırasının karşılıklı olarak yerleri değiştirilirse işareti değişir.

TEOREM 3. Bir A kare matrisinin herhangi iki paralel sırasından biri diğerinin herhangi bir katı ise $\det(A) = 0$ dir.

ÖRNEK 7. a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 0 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ olsun.

$$\text{a) } A \text{ nın birinci sütunun 2 katı ikinci sütunudur ve } |A| = 0 \text{ dir.}$$

$$\text{b) } A \text{ nın birinci satırının } -3 \text{ katı ikinci satırıdır ve } |A| = 0 \text{ dir.}$$

TEOREM 4. A matrisinin herhangi bir sırasında yer alan elemanların tamamı 0 ise $\det(A) = 0$ dir.

TEOREM 5. A ve B , $n \times n$ matrisler ve c bir reel sayı olmak üzere $B = cA$ ise $|B| = c^n |A|$ dır.

$\det(A^T) = \det(A)$ ilişkisinin her kare matris tarafından gerçeklendiğini de biliyoruz.

$$\det(A^T) = \det(A) = \det(-A) = (-1)^n \det(A) = -\det(A)$$

ve buradan $2 \det(A) = 0 \Rightarrow \det(A) = 0$ elde edilir.

TEOREM 6. A matrisinin herhangi bir sırası bir c sabiti ile çarpılarak B matrisi elde edildi ise $\det(B) = c \cdot \det(A)$ dır.

ÖRNEK 10. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ve A nın ikinci sütununun $-\frac{1}{2}$ ile çarpılmasıyla elde edilen matris B olsun: $B = \begin{bmatrix} 4 & -3/2 \\ 2 & -5/2 \end{bmatrix}$.

$$\det(A) = (4)(5) - (2)(3) = 14,$$

$$\det(B) = (4)(-5/2) - (2)(-3/2) = -7 = -\frac{1}{2} \cdot 14$$

bulunur.

TEOREM 7. A ve B , $n \times n$ matrisler ise

$$\det(AB) = [\det(A)][\det(B)]$$

dir. Özel olarak

$$\det(A^n) = [\det(A)][\det(A)] \cdots [\det(A)] = [\det(A)]^n$$

dir.

ÖRNEK 11. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ olsun. $AB = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$ dur.

$\det(A) = 1$, $\det(B) = -2$, $\det(AB) = -2$ dir; $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ ilişkisinin gerçeklendiği görülmektedir.

MINÖR.

$A = [a_{ij}]$ bir $n \times n$ matris ve A nın i -inci satırını ve j -inci sütununu silerek oluşturulan matris M_{ij} olsun. M_{ij} nin determinantı, yani $\det(M_{ij})$ büyüklüğü, a_{ij} nin **minörü** olarak isimlendirilir.

KOFAKTÖR.

$A = [a_{ij}]$ bir $n \times n$ matris olsun. a_{ij} nin **kofaktörü** A_{ij} ile gösterilir ve

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij})$$

ÖRNEK 18. a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{bmatrix}$ olsun.

a) 2 nin kofaktörü : $A_{11} = (-1)^{1+1} |0| = 0$,

3 ün kofaktörü : $A_{12} = (-1)^{1+2} |1| = -1$,

1 in kofaktörü : $A_{21} = (-1)^{2+1} |3| = -3$,

0 in kofaktörü : $A_{22} = (-1)^{2+2} |2| = 2$ dir.

b) 2 nin kofaktörü : $A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} = -6$,

1 in kofaktörü : $A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 35$,

4 ün kofaktörü : $A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} = -21$,

0 in kofaktörü : $A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} = 16$,

.....

8 in kofaktörü : $A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 6$ dir.

TEOREM 13. $A = [a_{ij}]$ bir $n \times n$ matris olsun.

$$\det(A) = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + a_{i3}A_{i3} + \dots + a_{in}A_{in} \quad (1)$$

$$\det(A) = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + a_{3j}A_{3j} + \dots + a_{nj}A_{nj} \quad (2)$$

dir.

ÖRNEK 20. $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ ü hesaplayalım.

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} \\ &= (-1)^{1+1}(1) \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 5 \\ -2 & 0 & 5 \end{vmatrix} \\ &= (-1)^{1+2}(1) \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = -20. \end{aligned}$$

2.4. BİR MATRİSİN TERSİ .

TEOREM 14. $A = [a_{ij}]$ bir $n \times n$ matris ve a_{ij} nin kofaktörü A_{ij} olsun. Herhangi bir sıraya ait elemanların paralel bir başka sıraya ait elemanların kofaktörleri ile çarpılıp toplanmasıyla elde edilen toplam 0 dır:

$$\begin{aligned} a_{i1}A_{k1} + a_{i2}A_{k2} + \dots + a_{in}A_{kn} &= 0, \quad i \neq k, \\ a_{1j}A_{1k} + a_{2j}A_{2k} + \dots + a_{nj}A_{nk} &= 0, \quad j \neq k. \end{aligned}$$

ÖRNEK 22. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -4 & 4 & -3 \end{bmatrix}$ olsun.

$$a_{11} = 2, a_{12} = 0, a_{13} = -1, a_{21} = 3, a_{22} = 1, a_{23} = -2,$$

$$a_{31} = -4, a_{32} = 4, a_{33} = -3,$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = 5, \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} = 17,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} = 16, \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -4,$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} = -10, \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} = -8,$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 1,$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

dir. Birinci satırın elemanları ile üçüncü satırın kofaktörlerini karşılıklı olarak çarpıp toplayalım:

$$(2)(1) + (0)(1) + (-1)(2) = 0$$

bulunur.

İkinci sütunun elemanları ile üçüncü sütunun kofaktörlerini karşılıklı olarak çarpıp toplayalım:

$$(0)(16) + (1)(-8) + (4)(2) = 0$$

bulunur.

Not : Her sıranın elemanlarını kendi kofaktörleri ile karşılıklı olarak çarpıp toplarsak $\det(A)$ yı bulacağımızı biliyoruz. Örneğin:

$$\begin{aligned} \det(A) &= (2)(5) + (0)(17) + (-1)(16) = -6, \\ &= (-4)(1) + (4)(1) + (-3)(2) = -6, \\ &= (-1)(16) + (-2)(-8) + (-3)(2) = -6. \end{aligned}$$

EK MATRİS.

$A = [a_{ij}]$ bir $n \times n$ matris ve a_{ij} nin kofaktörü A_{ij} olsun. A nın ek matrisi ek A ile gösterilir ve

$$\text{ek } A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & \cdots & A_{n2} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & \cdots & A_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & A_{3n} & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix}$$

ile tanımlanır.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \text{ ise}$$

$$\text{ek}A = \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$

dir.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ ise}$$

$$\text{ek}A = \begin{bmatrix} (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} & (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} & (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \\ (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} & (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} & (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} \\ (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

dir.